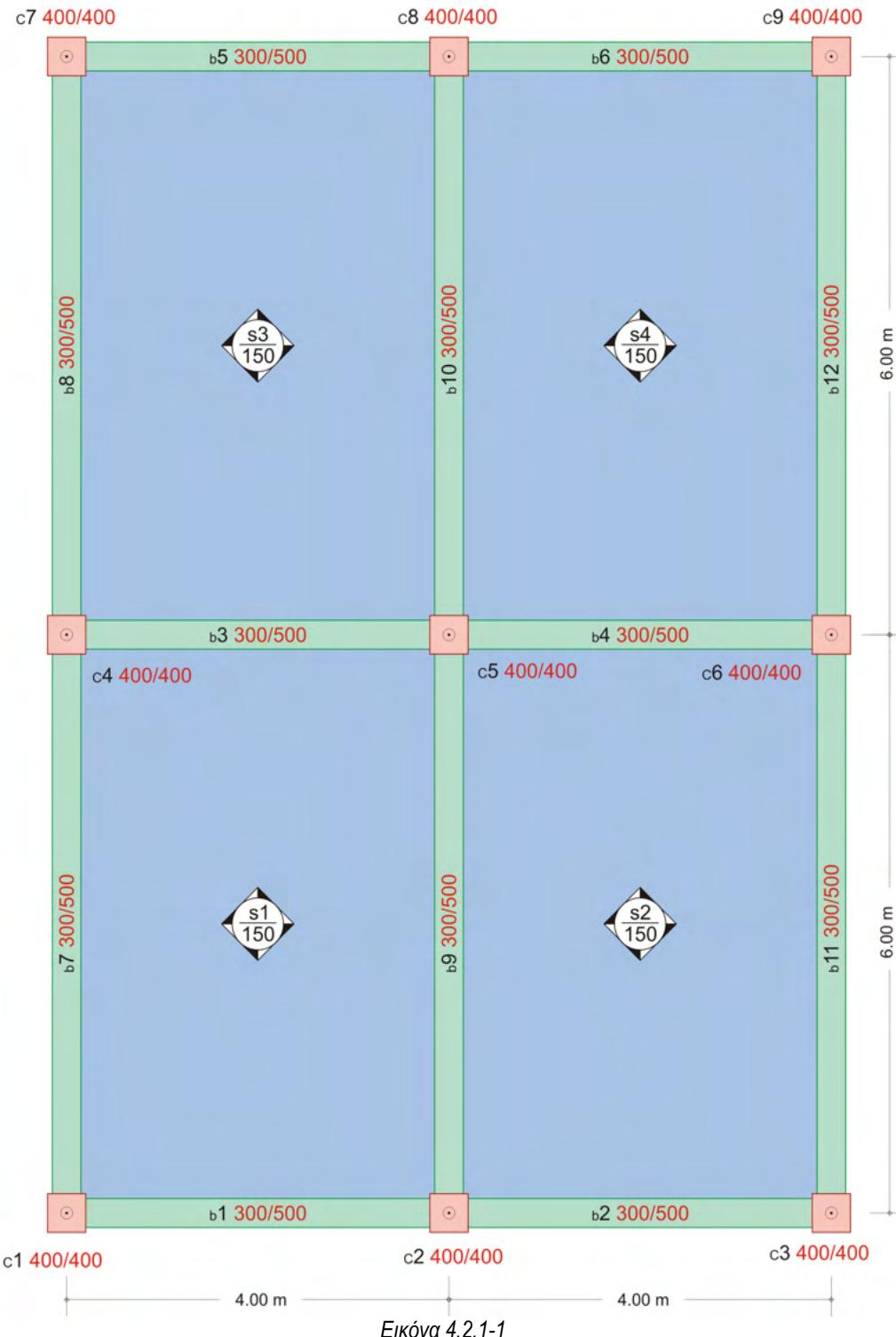


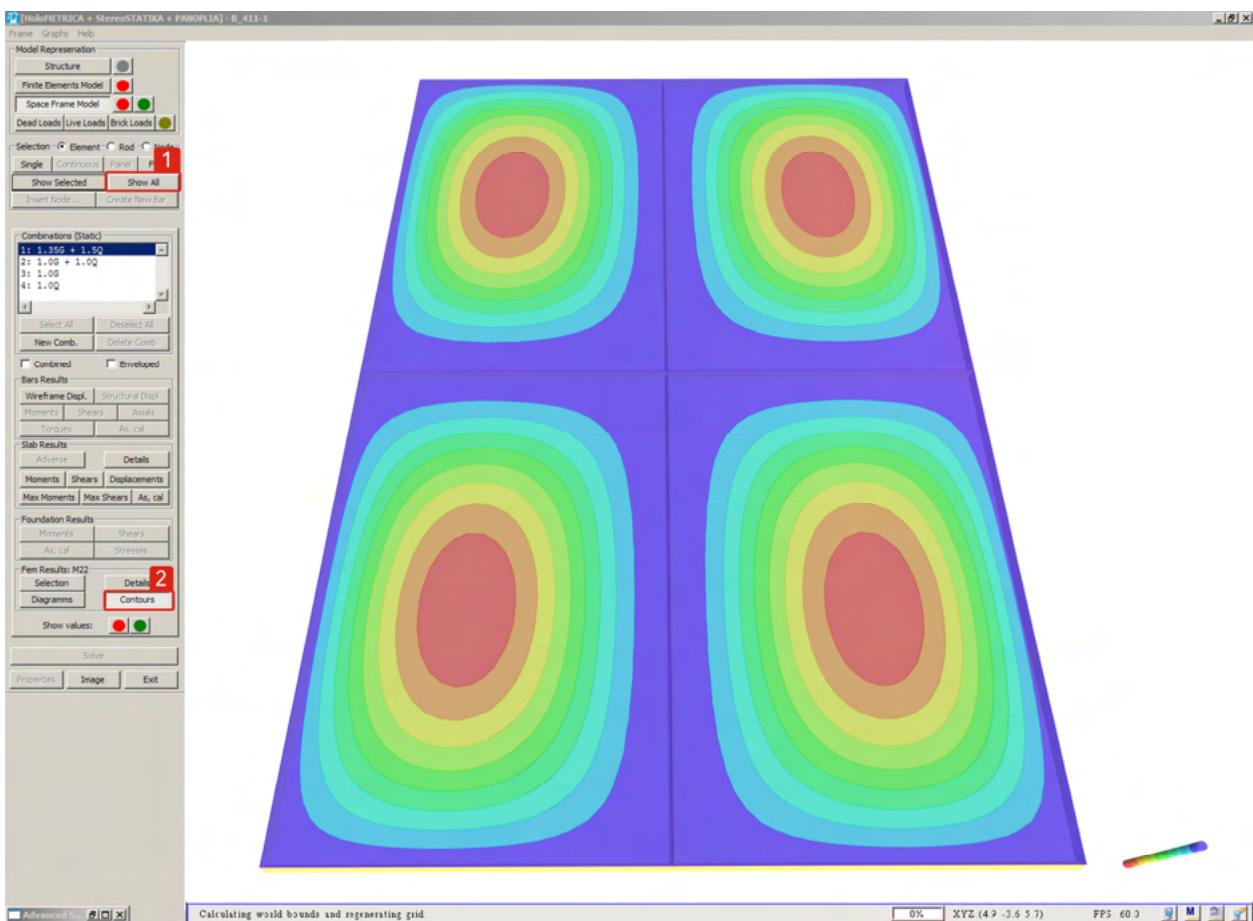
**1<sup>o</sup> παράδειγμα (μελέτη <B\_422-1>)**

Πρόκειται για ένα απλό μονώροφο παράδειγμα με 9 υποστυλώματα, 12 δοκούς και 4 πλάκες, όπως φαίνεται στην εικόνα.

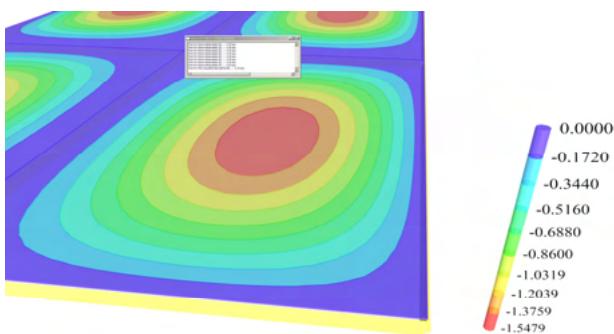


Εικόνα 4.2.1-1

Οι τέσσερις πλάκες είναι όμοιες με διαστάσεις  $4.0 \text{ m} \times 6.0 \text{ m}$ , πάχος  $150 \text{ mm}$ , φορτίο επικάλυψης  $g_e = 1.0 \text{ kN/m}^2$  και ωφέλιμο φορτίο  $q = 5.0 \text{ kN/m}^2$ . Σκυρόδεμα: C30/37.



Εικόνα 4.2.1-6: Η επιλογή "Show All"① επανεμφανίζει όλο το προσομοίωμα, ενώ η επιλογή "Contours" προσφέρει με χρωματική διαβάθμιση τις ισούψεις των παραμορφώσεων.

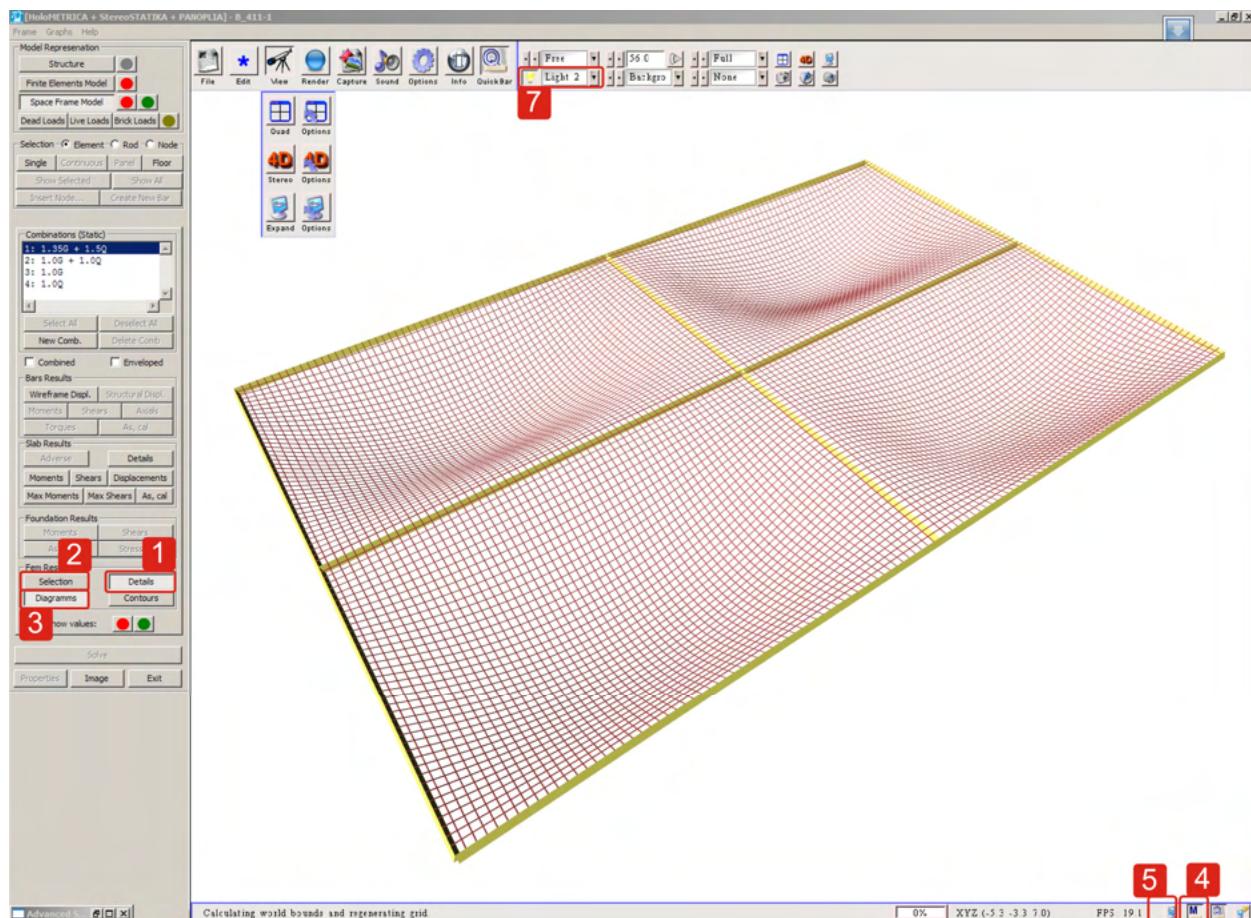


Κάθε χρώμα (στη 3D χρωματική κλίμακα) αντιστοιχεί σε ένα εύρος παραμορφώσεων (mm).

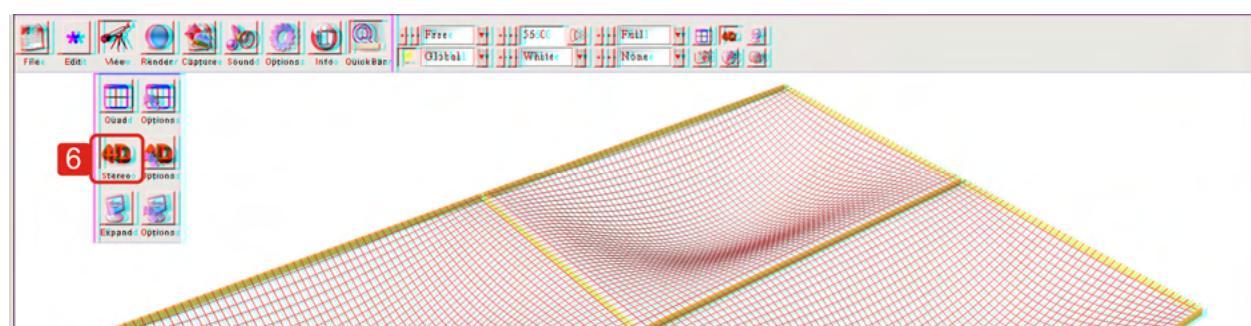
Για πολλά χρόνια, η μέθοδος της χρωματικής απεικόνισης των ισούψων των παραμορφώσεων αποτελούσε έναν 2D τρόπο παρουσίασης 3D πληροφοριών.

Σήμερα, με τις 3D δυνατότητες που διαθέτουμε, προτιμούμε την άμεση 3D ή 4D απεικόνιση, ιδιαίτερα όταν έχουμε και στερεοσκοπική επισκόπηση.

Εικόνα 4.2.1-7

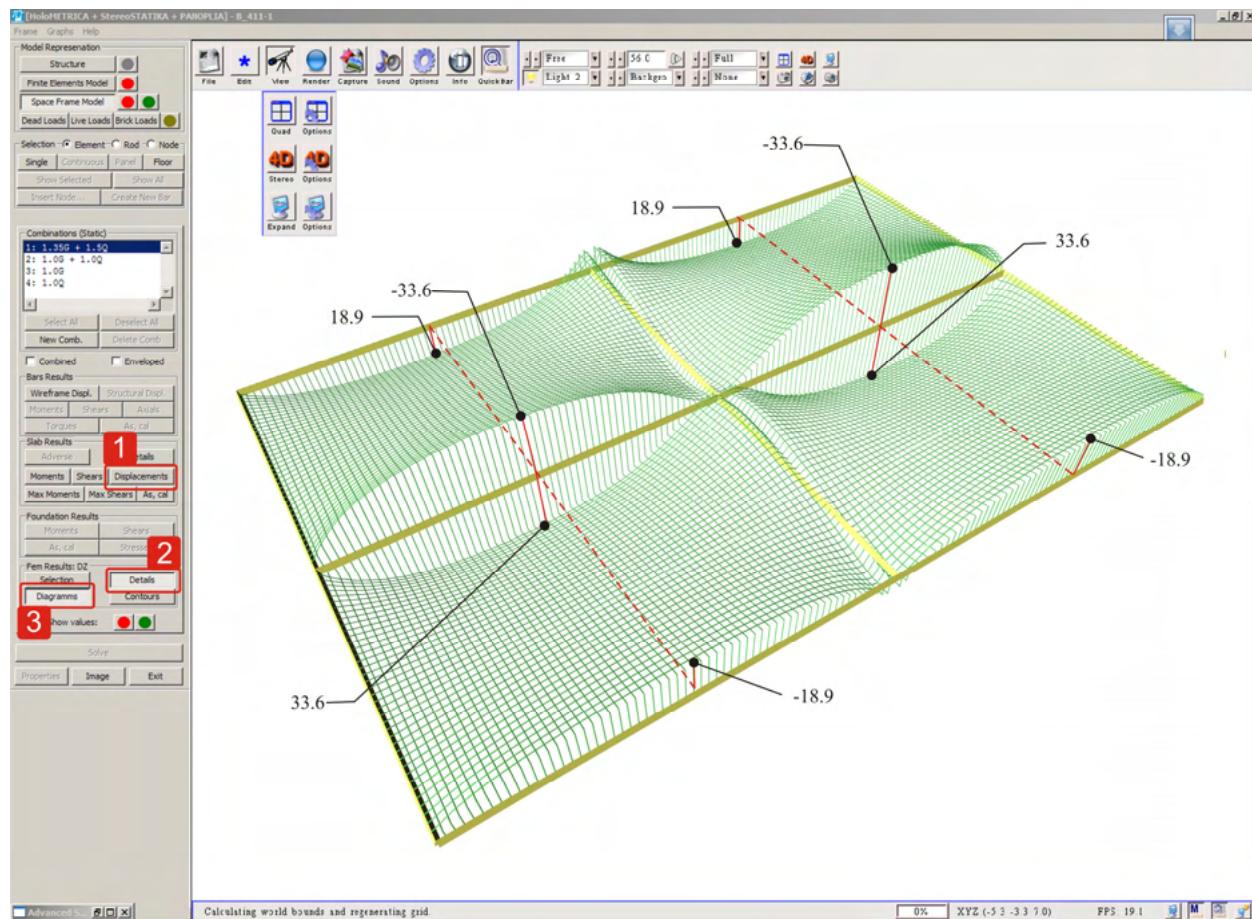


Εικόνα 4.2.1-8: Η παραμόρφωση ολόκληρου του φορέα σε 3D προκύπτει με την ακόλουθη αλληλουχία:  
 “Details” ① στα FEM results, “Diagrams at Dx=Dy=0.1m”, “OK”, κατόπιν “Selection” ②, “Displacements” “Z” & “Diagrams” ③.  
 Για να έχουμε καλύτερη επισκόπηση ανάβουμε και το “Light 2” ⑦

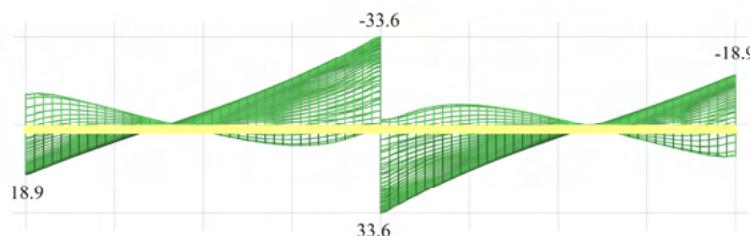


Εικόνα 4.2.1-9: Αν στην προηγούμενη οθόνη επιλέξουμε “Menu” ④, έπειτα “Full Screen Mode” ⑤ και ακολούθως “4D” ⑥, απολαμβάνουμε στερεοσκοπική απεικόνιση με τα “μπλε-κόκκινα γυαλιά”.

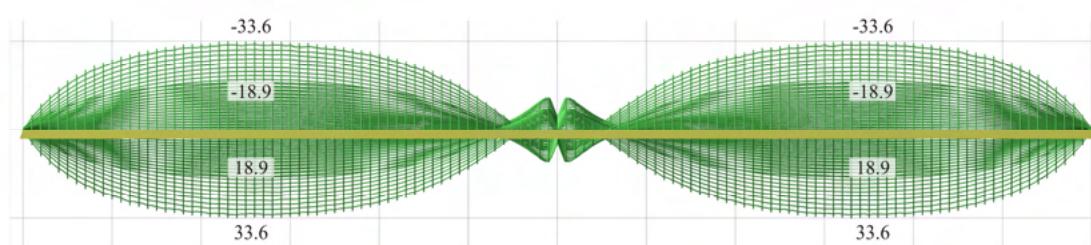
Οι παραμορφώσεις είναι η αιτία των εντάσεων και βοηθούν το μηχανικό να αντιλαμβάνεται καλύτερα τη συμπεριφορά των φορέων (ανθρώπινη αίσθηση μηχανικού). Όταν τα κοίλα είναι στραμμένα προς τα άνω, οι ροπές κάμψης είναι θετικές, θεωρώντας ως ίνες αναφοράς τις ίνες της κάτω επιφάνειας των πλακών.



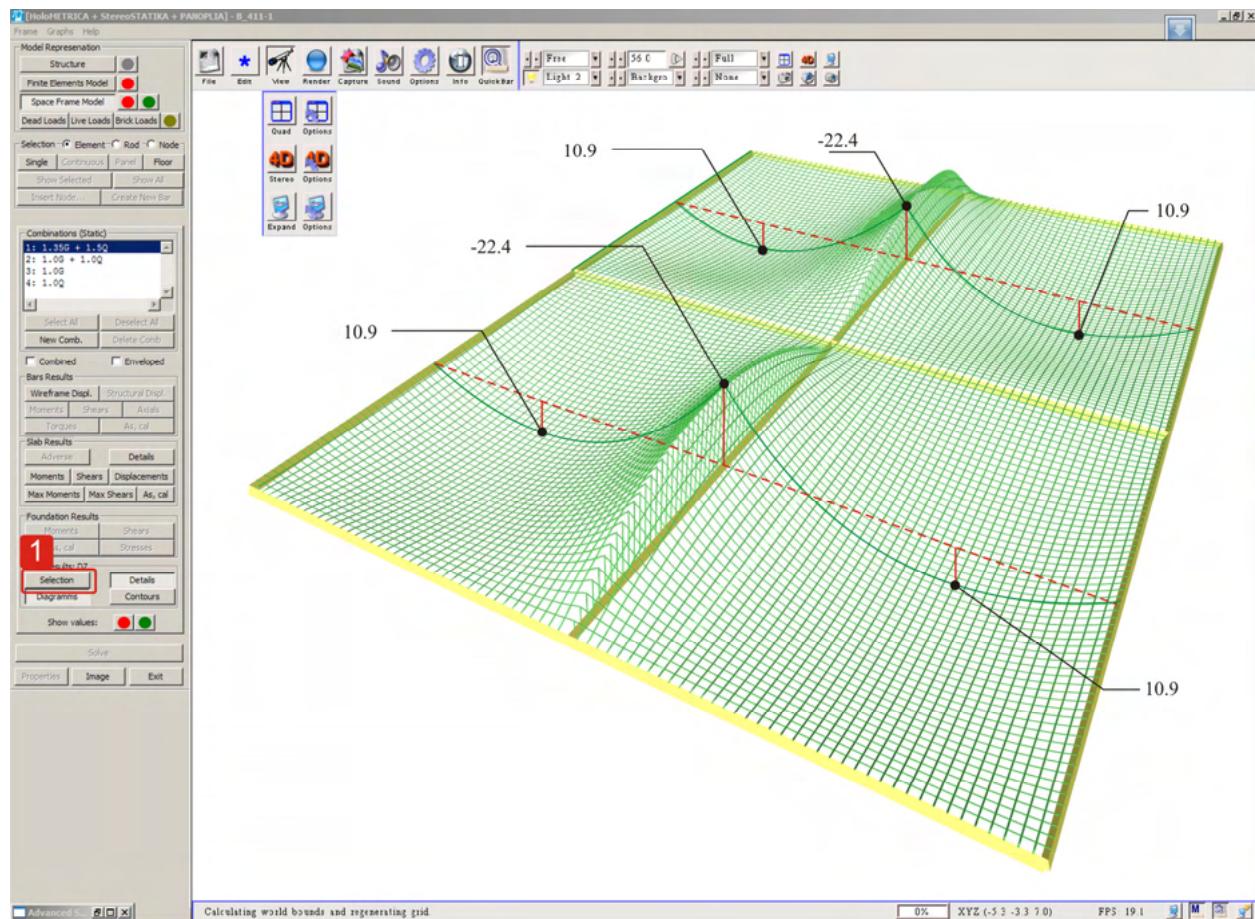
Εικόνα 4.2.2-10: Στην ενότητα *Slab Results*: Με 2<sup>η</sup> φορά στα "Displacements" ① σβήνουν τα βέλη.  
Στην ενότητα *FEM Results*: Με "Details" ② ορίζουμε κατανομή ανά 0.1 m, με "Selection", "Bending", "V11" και  
με "Diagrams" ③ παράγεται η κατανομή των  $[V_x]$  σε 3D.



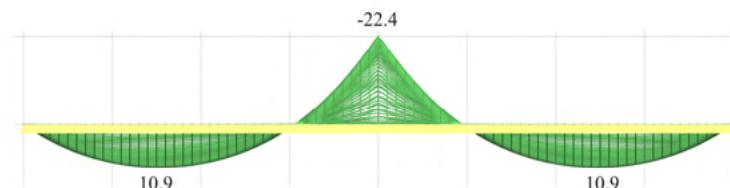
Εικόνα 4.2.2-11: Με "M", "View", "Options" και "Front", "OK" και "Quad" απεικονίζεται η όψη της 3D κατανομής των τεμνουσών δυνάμεων  $[V_x]$ .



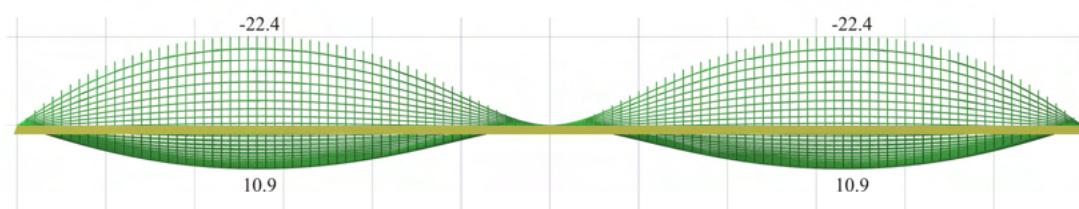
Εικόνα 4.2.2-12: Με "View", "Options", "Rear" απεικονίζεται η πλάγια όψη της 3D κατανομής των τεμνουσών δυνάμεων  $[V_x]$ .



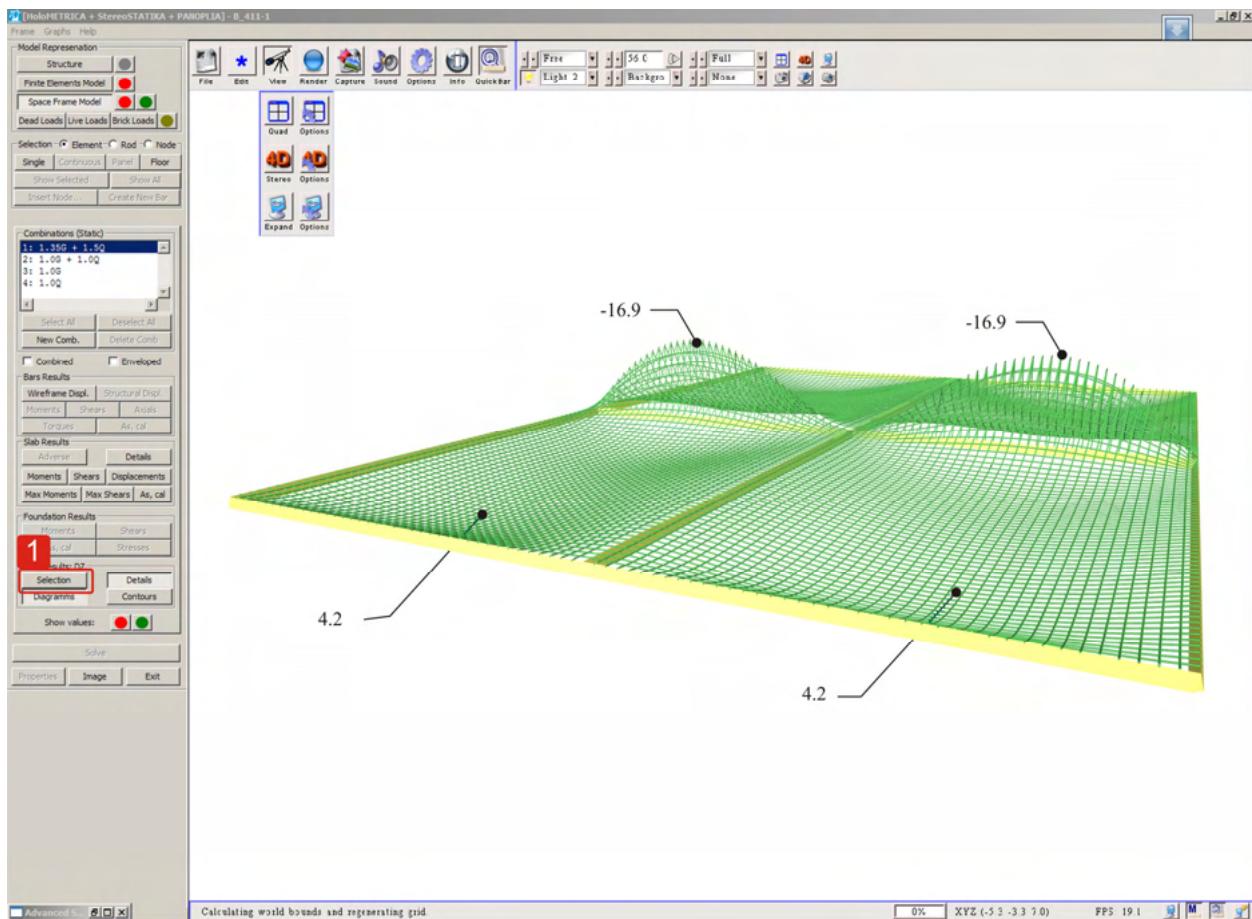
Εικόνα 4.2.2-16: Με “Selection”①, “Bending”, “M11” και με “Diagrams” παράγεται η κατανομή των  $[M_x]$  σε 3D.



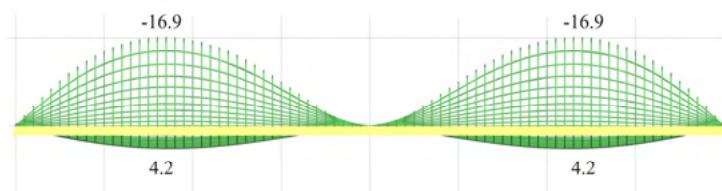
Εικόνα 4.2.2-17: Με “View”, “Options”, “Front” και στη συνέχεια “Quad” απεικονίζεται η όψη της 3D κατανομής των ροπών κάμψης  $[M_x]$ .



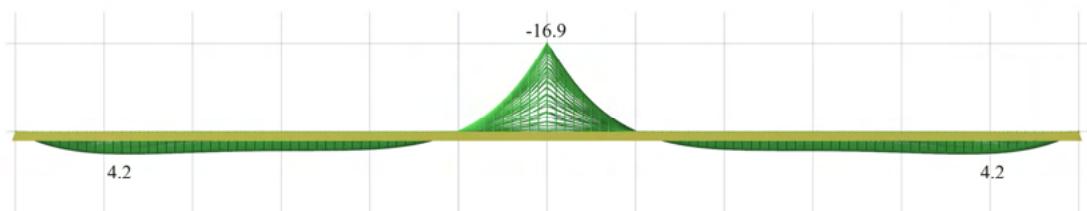
Εικόνα 4.2.2-18: Με “View”, “Options”, “Rear” απεικονίζεται η πλάγια όψη της 3D κατανομής των ροπών κάμψης  $[M_x]$ .



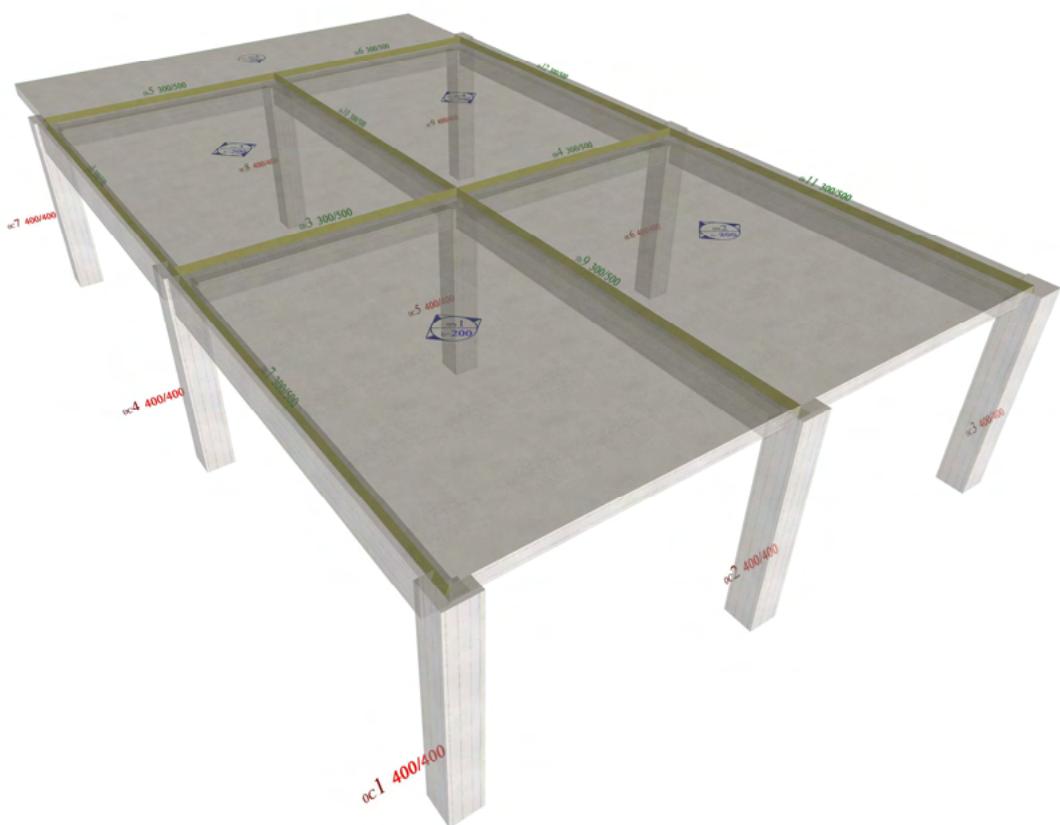
Εικόνα 4.2.2-19: Με “Selection”, “Bending”, “M22” και με “Diagrams” παράγεται η κατανομή των  $[M_y]$  σε 3D.



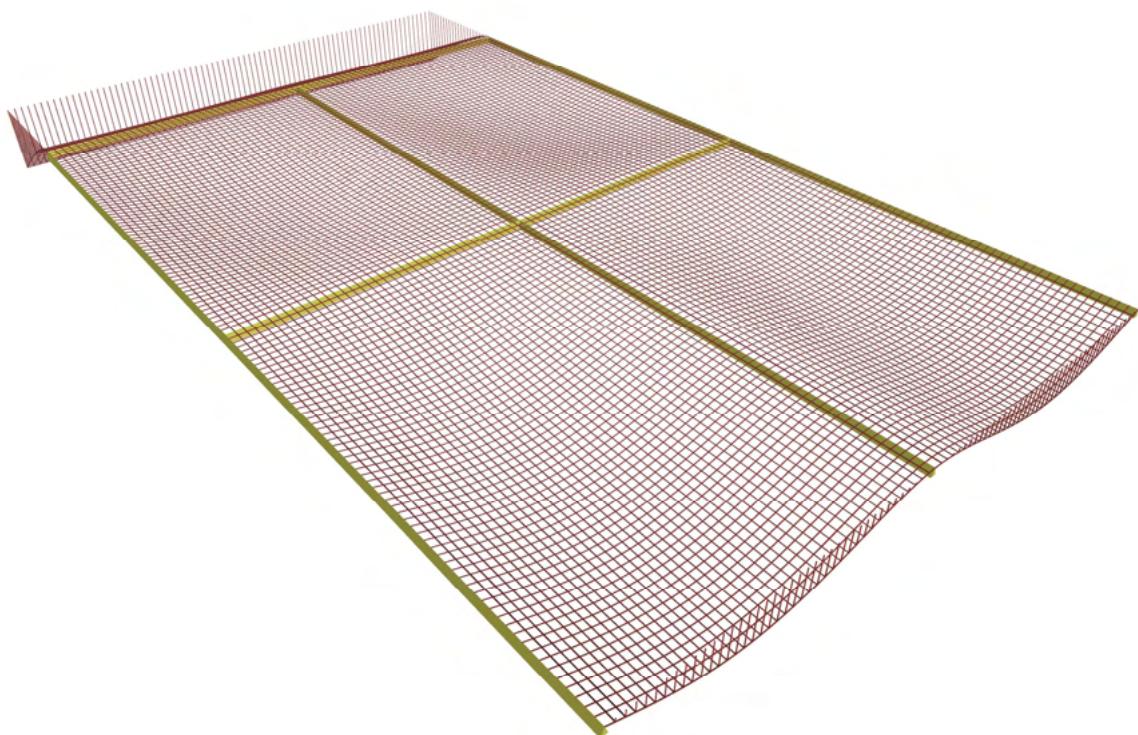
Εικόνα 4.2.2-20: Με “View”, “Options”, “Front” και στη συνέχεια “Quad” προκύπτει η όψη της 3D κατανομής των ροπών κάμψης  $[M_y]$ .



Εικόνα 4.2.2-21: Με “View”, “Options”, “Rear” απεικονίζεται η πλάγια όψη της 3D κατανομής των ροπών κάμψης  $[M_y]$ .



*Figure 4.2.2-42: The actual structure in 3D.*



*Figure 4.2.2-43: The deformation of slabs in 3D.*

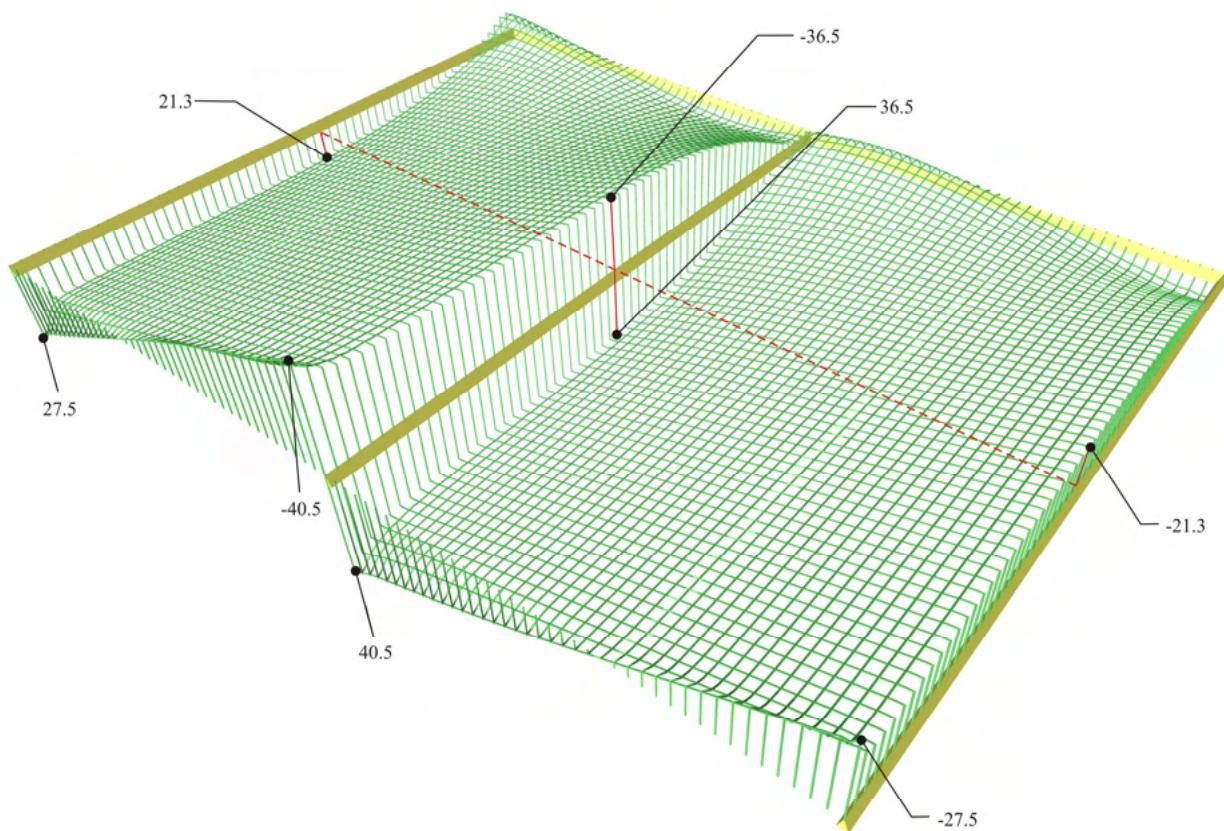


Figure 4.2.2-45: Distribution of shear forces  $[V_x]$  ( $[V_{11}]$ ) in 'FEM Results', detailed per 0.10 m) in 3D.

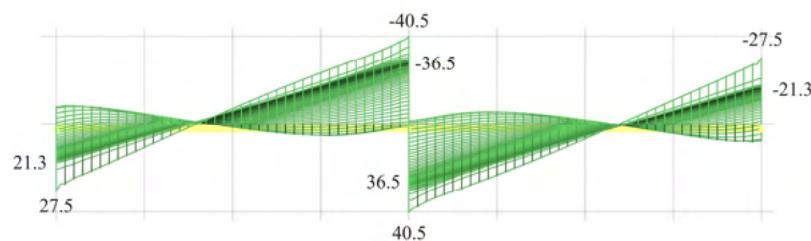


Figure 4.2.2-46: Front view of the 3D distribution of shear forces  $[V_x]$  ( $[V_{11}]$ ) in 'FEM Results'.

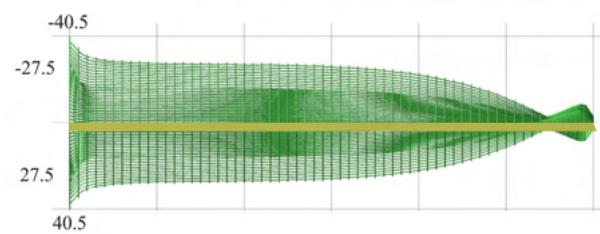


Figure 4.2.2-47: Side view of the 3D distribution of shear forces  $[V_x]$  ( $[V_{11}]$ ) in 'FEM Results'.

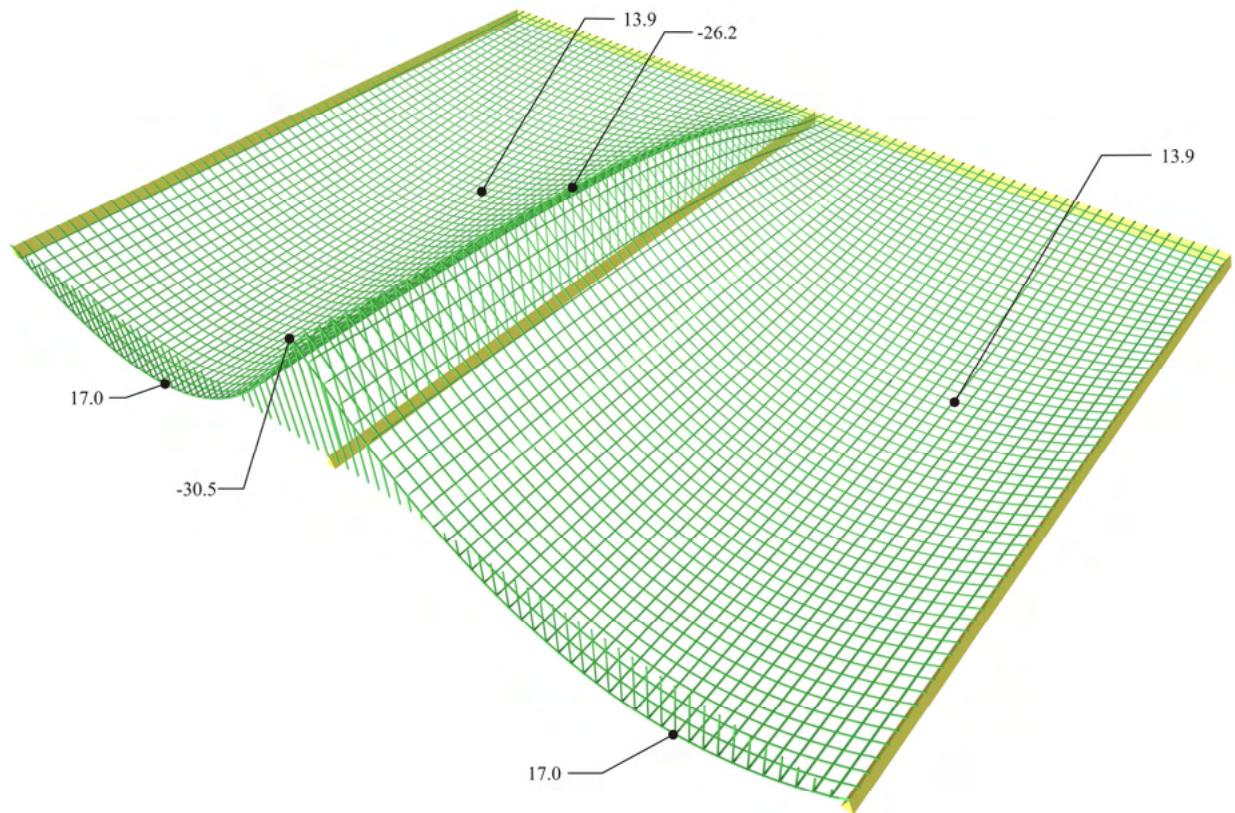


Figure 4.2.2-52: Distribution of bending moments  $[M_x]$  ( $[M_{11}]$  in 'FEM Results', details per 0.10 m) in 3D.

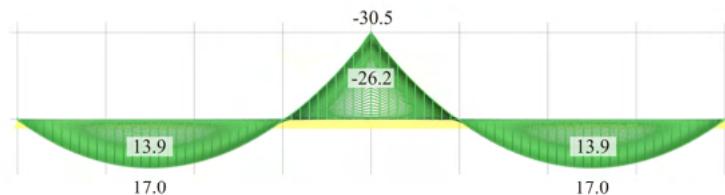


Figure 4.2.2-53: Front view of the 3D distribution of bending moments  $[M_x]$  ( $[M_{11}]$  in 'FEM Results').

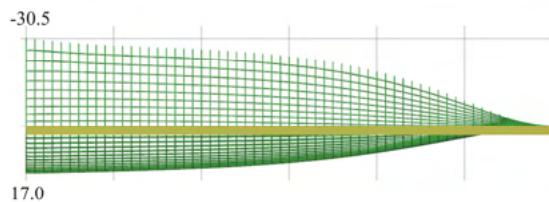


Figure 4.2.2-54: Side view of the 3D distribution of bending moments  $[M_x]$  ( $[M_{11}]$  in 'FEM Results').

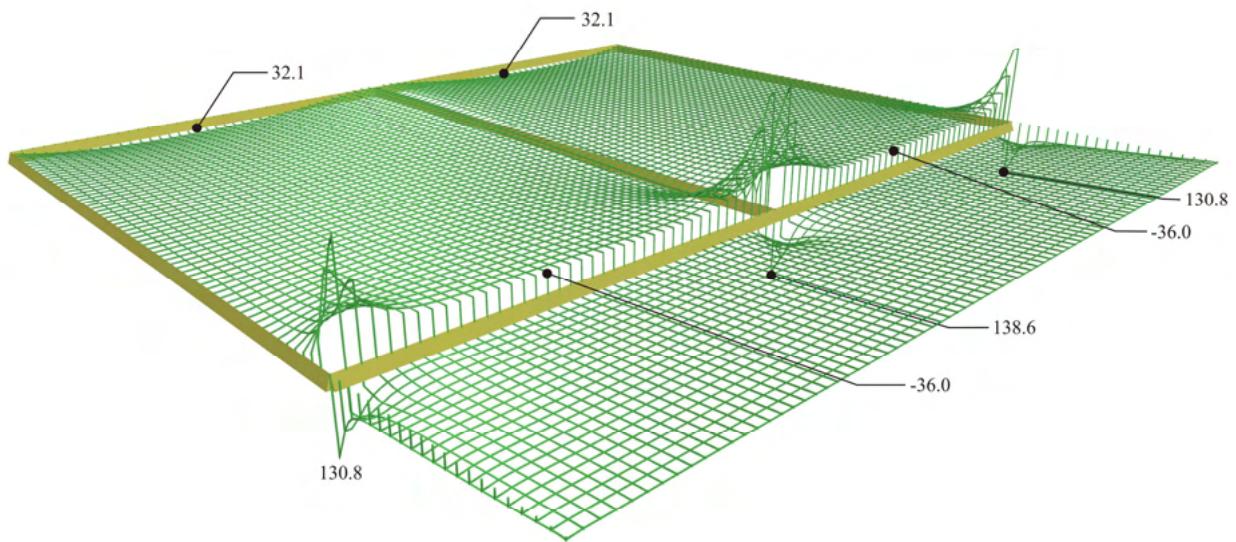


Figure 4.2.2-63: Shear forces  $[V_y]$  ( $V_{22}$ ) in 'FEM Results', detailed per 0.1 m) extend only in the regions of middle supports.

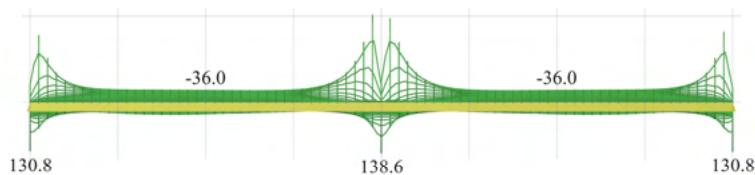


Figure 4.2.2-64: Front view of the 3D distribution of shear forces  $[V_y]$  ( $V_{22}$ ) in 'FEM Results').

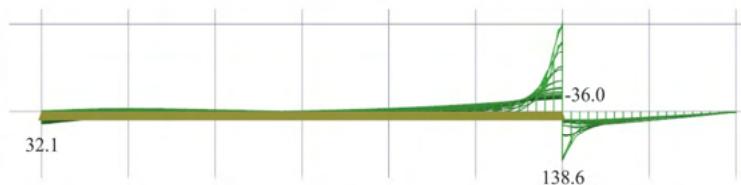


Figure 4.2.2-65: Side view of the 3D distribution of shear forces  $[V_y]$  ( $V_{22}$ ) in 'FEM Results').

At the points of the slab (in this case of the cantilever) where fixed transverse support exist, numerous peaks are created, mainly for shears (in this case 130.8 and 138.6 kN) and secondarily for moments. These regions are forced to carry large part of the load of the adjacent slabs mainly near the supports. This is the reason why the occurrence of high shears shortly before and shortly after the support. However, these shears are taken into account in detail by considering their average values in a width, e.g. 1.0 m, which equals to 47.0 kN ('Slab Results').

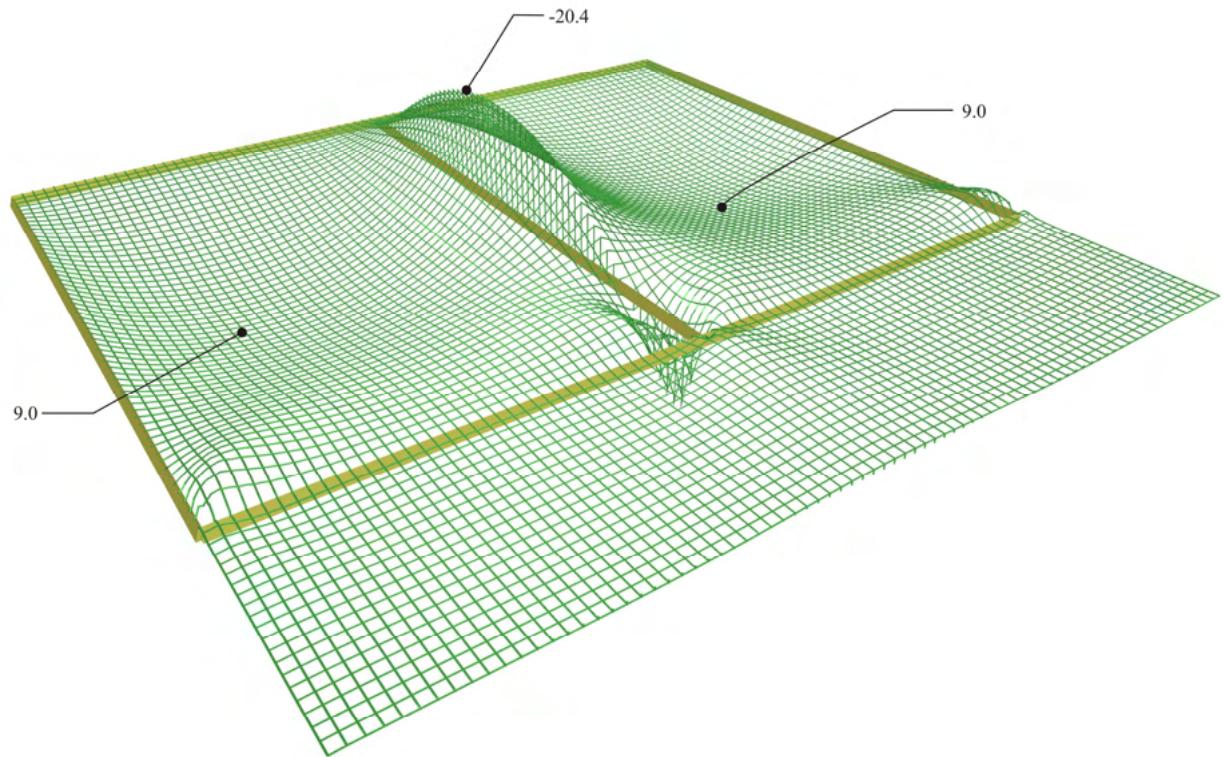


Figure 4.2.2-67: Distribution of bending moments  $[M_x]$  ( $[M_{11}]$  in 'FEM Results', detailed per 0.10 m) in 3D.

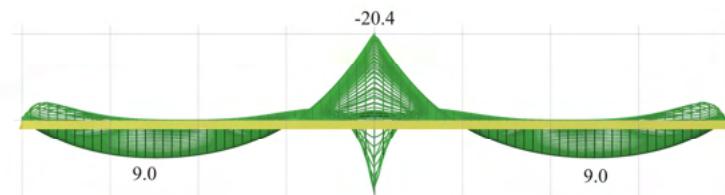


Figure 4.2.2-68: View of the 3D distribution of bending moments  $[M_x]$  ( $[M_{11}]$  in 'FEM Results').

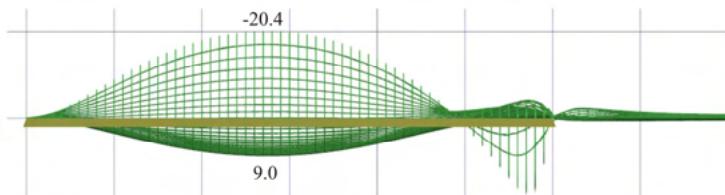


Figure 4.2.2-69: Side view of the 3D distribution of bending moments  $[M_x]$  ( $[M_{11}]$  in 'FEM Results').

The positive peak moments forming a sharp "hole", at the region of the support exactly behind the cantilever, results from the negative load created at this region by the cantilever's moment. Notice that the influence of the strong cantilever, both in negative and positive moments, decreases in a small distance from the cantilever support.

The insignificant differences in values of moments  $M_x$  between 'FEM results' and 'Slab results' are due to the relatively small curvature of the 3D moment diagram  $M_x$ .

#### 4.2.3 Δυσμενείς φορτίσεις και περιβάλλουσες εντάσεων – βελών

Το ελάχιστο φορτίο που εξασκείται σε μία πλάκα ισούται με  $g$ , ενώ το μέγιστο με  $p = (\gamma_g - 1) \cdot g_i + \gamma_g \cdot q_i$ . Το γενικό ερώτημα που τίθεται είναι με ποιό τρόπο θα πρέπει να φορτιστούν οι πλάκες, έτσι ώστε να προκύψουν οι μέγιστες εντάσεις επί αυτών.

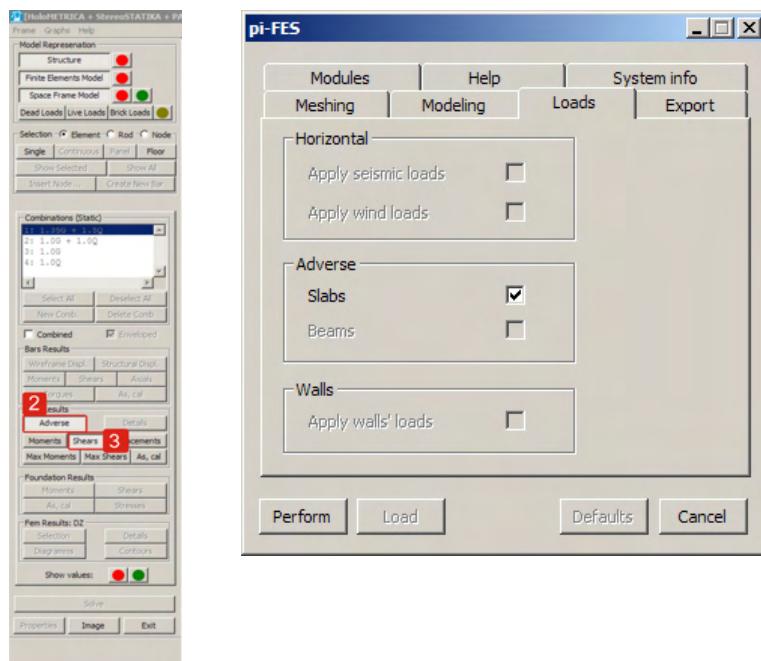
Πρόκειται για ένα σύνθετο θέμα. Ακόμη και στην περίπτωση της απλής εφαρμογής του ακόλουθου σκαριφήματος (6 πλάκες σε κάναβο), απαιτούνται 7 δυσμενείς φορτίσεις. Η επίλυση του παραδείγματος αυτού μέσω πινάκων είναι δυνατή, μόνο στην περίπτωση που οι άξονες του κανάβου ισαπέχουν μεταξύ τους.

max M1, max M4, max M5, min M2, min M3, min M6	max M2, max M3, max M6, min M1, min M4, min M5	max  M1-2  max  M5-6  min  M3-4	max  M1-3 , min  M2-4	max  M2-4 , min  M1-3	max  M3-5 , min  M4-6	max  M4-6 , min  M3-5

Αν οι πλάκες δεν βρίσκονται σε κάναβο, το πρόβλημα γίνεται ακόμα πιο σύνθετο.

Γενική και ακριβής λύση μπορεί να υπάρξει μόνο με τη μέθοδο των επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων. Ωστόσο, στην περίπτωση αυτή, ο όγκος των επιλύσεων και η ανάγκη μνήμης απαιτούν εξελιγμένες μεθόδους λογισμικού και σύγχρονους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Το εκπαιδευτικό λογισμικό αξιοποιεί τέτοιες μεθόδους, καθώς επίσης και όλους τους διαθέσιμους πυρήνες ενός προσωπικού ηλεκτρονικού υπολογιστή, δίνοντας λύση σε τέτοια προβλήματα μέσα σε λίγα δευτερόλεπτα.

Παρακάτω θα εξετάσουμε τις δυσμενείς φορτίσεις στα 3 επιλυθέντα παραδείγματα.

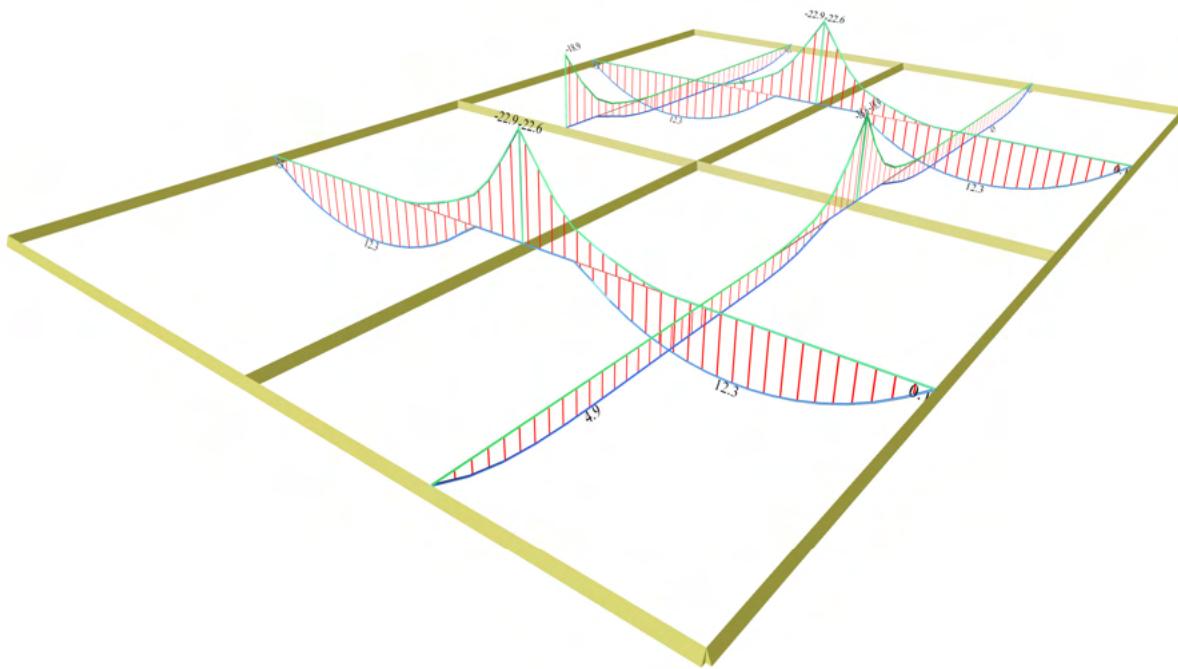


Εικόνα 4.2.3-1

Εικόνα 4.2.3-2

Για να πραγματοποιηθούν οι υπολογισμοί με τις δυσμενείς φορτίσεις, αρκεί να έχουμε επιλέξει στην καρτέλα Loads ενεργή την επιλογή Slabs(=ON) στο πεδίο "Adverse".

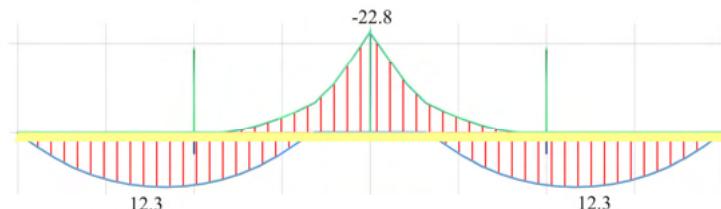
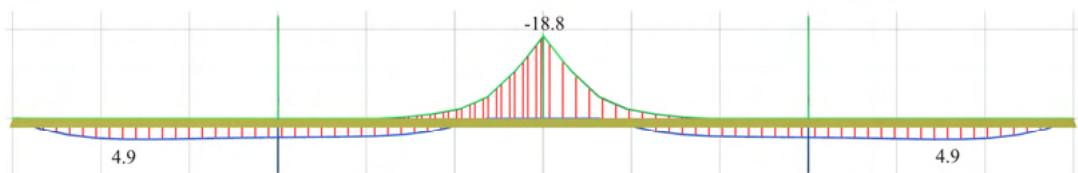
Για να εμφανιστούν τα αποτελέσματα, αρκεί να επιλέξουμε "Adverse" ② και τις εντάσεις που θέλουμε π.χ. "Shears" ③



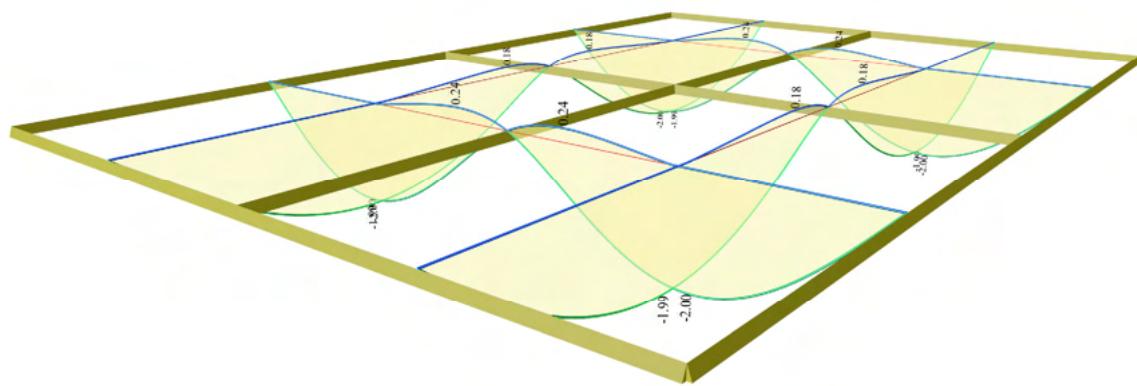
Εικόνα 4.2.3-6: Η περιβάλλουσα των ροπών κάμψης

Οι δυσμενέστερες ροπές κάμψης ισούνται με:

- Διεύθυνση x:  $M_x=12.3$  (έναντι 10.8 της ενιαίας φόρτισης),  $M_{x,erm}=-22.8$  (έναντι -22.0) [kNm]
- Διεύθυνση y:  $M_y=4.9$  (έναντι 4.1 της ενιαίας φόρτισης),  $M_{y,erm}=-18.8$  (έναντι -16.3) [kNm]

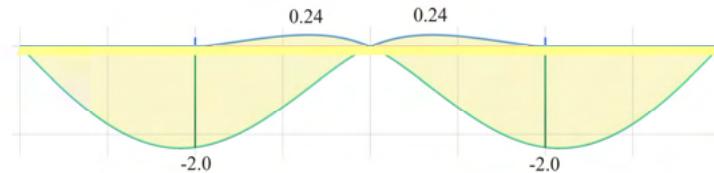
Εικόνα 4.2.3-7: Η όψη του 3D διαγράμματος των ροπών, που αντιστοιχεί στην περιβάλλουσα των  $[M_x]$ Εικόνα 4.2.3-8: Η πλάγια όψη του 3D διαγράμματος των ροπών, που αντιστοιχεί στην περιβάλλουσα των  $[M_y]$ 

Παρατηρούμε ότι, παρόλο που το ωφέλιμο φορτίο είναι σχετικά μεγάλο, οι διαφορές στις ροπές είναι μικρές και δεν υπερβαίνουν το 15%.

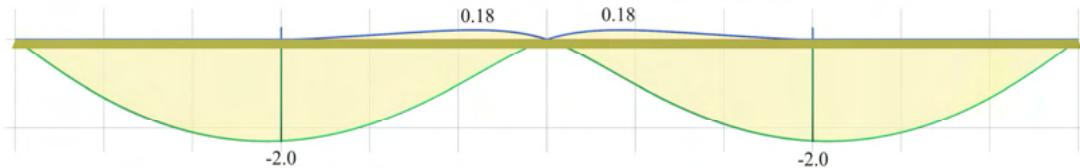


Εικόνα 4.2.3-9: Η περιβάλλουσα των βελών κάμψης

Το μεγαλύτερο βέλος των πλακών ισούται με  $y=-2.00$  mm (έναντι -1.53 mm της ενιαίας φόρτισης) και  $y=+0.24$  mm. Συμπεραίνουμε δηλαδή ότι η πλάκα ανασηκώνεται, γεγονός το οποίο δεν συνέβαινε στην ενιαία φόρτιση, λόγω συμμετρίας βέβαια.



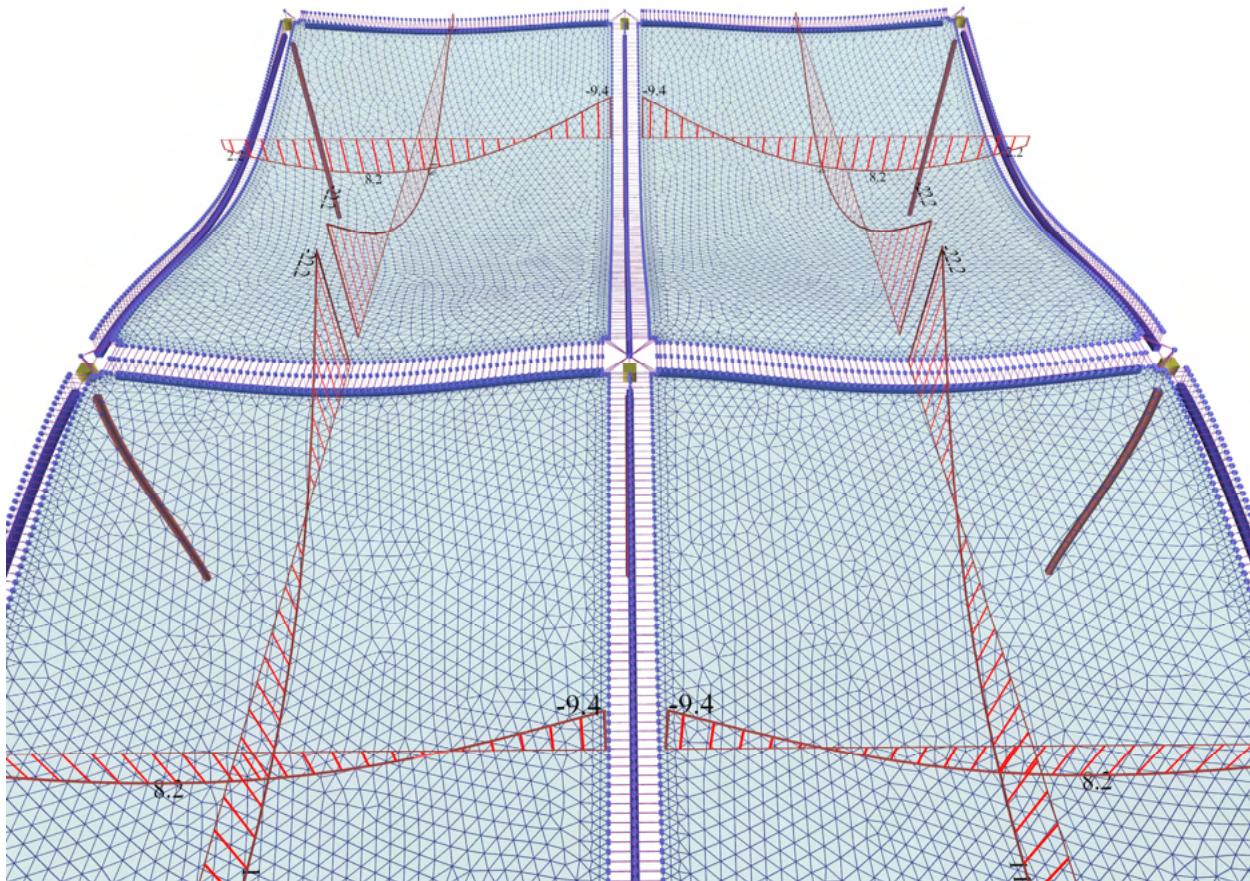
Εικόνα 4.2.3-10: Η όψη του 3D διαγράμματος των βελών



Εικόνα 4.2.3-11: Η πλάγια όψη του 3D διαγράμματος των βελών

Παρατηρούμε ότι, τα βέλη κάμψης προκύπτουν αρκετά μεγαλύτερα έως και 30%, ενώ παράλληλα εμφανίζονται αρνητικές παραμορφώσεις (οι μπλε γραμμές).

- Το πρόγραμμα τρέχει και σε building mode

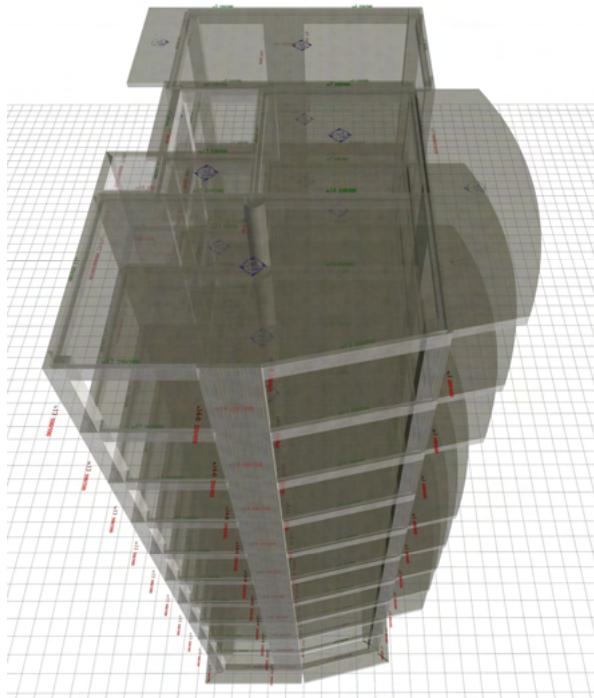


*Εικόνα 4.2.4-7: Με το building mode, λαμβάνεται υπόψη η αλληλεπίδραση των πλακών με το σκελετό και γι' αυτό σε άλλα σημεία των πλακών έχουμε ευμενέστερη ένταση και σε άλλα σημεία δυσμενέστερη απ' ότι στο Czerny mode.*

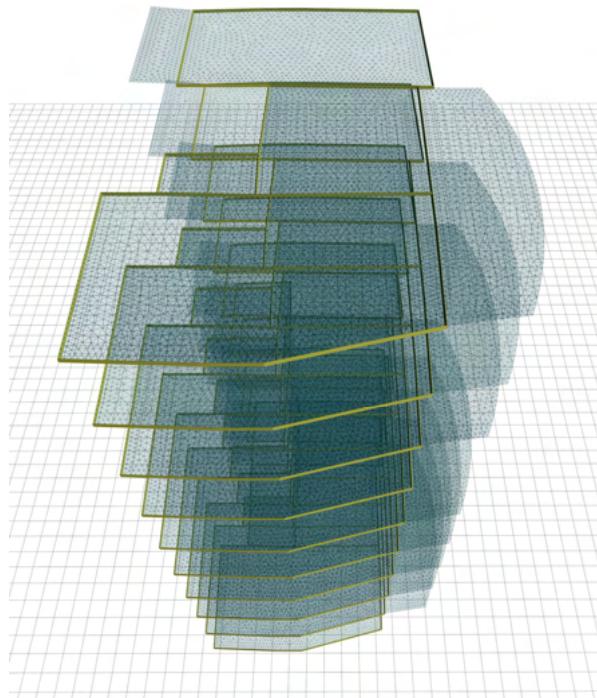
Όπως εξηγήθηκε αναλυτικά στο κεφάλαιο 3 και στο παράρτημα A, η επιρροή των δοκών και των υποστυλωμάτων είναι πολύ σημαντική. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η ροπή στήριξης των πλακών s1-s2 είναι σημαντικά μικρότερη απ' ότι στο Czerny mode. Η ροπή της στήριξης σ' αυτό το mode δίνεται κατ' ευθείαν στις παρειές της δοκού, όπου πραγματοποιείται και η διαστασιολόγηση, αλλά η ροπή αιχμής στο μέσον της στήριξης (στο μέσον της δοκού) είναι αρκετά μεγαλύτερη.

Η μελέτη [\*\*<B\\_422-1>\*\*](#) (adverse – building mode), πυκνό mesh δίνει:  
26.672 τρίγωνα, 16.417 κόμβοι, 3856 γραμμικά μέλη, σύστημα 98.502 εξισώσεων, μνήμη 680 MB, χρόνος 12 sec, FPS=60.

- Πολυώροφα κτίρια και περιβάλλουσες



Εικόνα 4.2.4-8: Ο πραγματικός σκελετός σε 3D



Εικόνα 4.2.4-9: Το προσομοίωμα του σκελετού σε 3D

Για την επίλυση των πλακών, οι δυσμενείς φορτίσεις θεωρούνται ανά όροφο, δηλαδή δεν λαμβάνεται υπόψη η επιρροή της φόρτισης μίας πλάκας ενός ορόφου στις πλάκες των άλλων ορόφων. Στο Czerny mode αυτό είναι αυτονόητο, ενώ στο πλήρες mode η επιρροή αυτή, κατά κάνονα, είναι αμελητέα.

Στη συγκεκριμένη μελέτη [Japan5](#) που τρέχει μόνο στην επαγγελματική έκδοση, με 10 ορόφους εμβαδού  $200 \text{ m}^2$  αν το meshing γίνει με τιμές των παραμέτρων “Overall element size” = 0.20 m, “Perimeter min. Value” = 0.10 m, τότε έχουμε τις παρακάτω μετρήσεις:

Adverse – Czerny mode:

134.292 τρίγωνα, 77.131 κόμβοι, 6.507 γραμμικά μέλη, σύστημα 462.786 εξισώσεων, μνήμη 3.8 GB, χρόνος 125 sec, FPS=37.

Adverse – πλήρες mode:

183.217 τρίγωνα, 120.239 κόμβοι, 34.727 γραμμικά μέλη, σύστημα 721.434 εξισώσεων, μνήμη 5.3 GB, χρόνος 209 sec, FPS=28.

## 4.5 Αμφιέρειστες πλάκες

Οι αμφιέρειστες πλάκες στηρίζονται σε δύο απέναντι παρυφές, όπως η s1 στην εικόνα της §4.1.

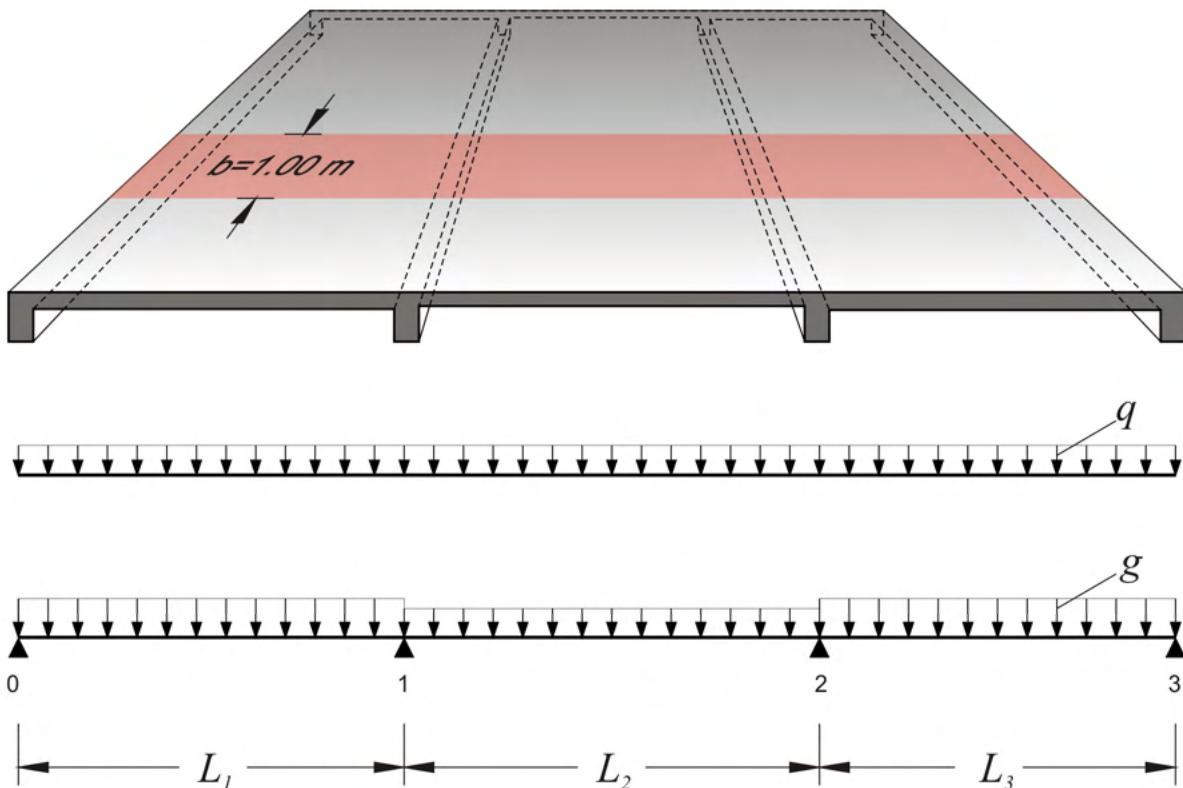
Αν μία αμφιέρειστη πλάκα στηρίζεται επιπρόσθετα σε μία ή δύο ακόμη παρυφές και ο λόγος του μεγαλύτερου προς το μικρότερο θεωρητικό άνοιγμα είναι μεγαλύτερος του 2.0 (πλάκα s3 στην ίδια εικόνα), υπολογίζεται ως αμφιέρειστη προς την κύρια διεύθυνση, ενώ λαμβάνονται υπ' όψη και οι δευτερεύουσες εντάσεις στις υπόλοιπες παρυφές.

### 4.5.1 Στατική επίλυση

Οι συνεχείς αμφιέρειστες πλάκες επιλύονται με τη θεώρηση συνεχούς ραβδωτού φορέα, του οποίου κάθε ράβδος έχει ορθογωνική διατομή πλάτους 1.00 m και ύψους όσο το πάχος της πλάκας. Οι λωρίδες φορτίζονται με τα ίδια βάρη, τα μόνιμα και τα κινητά φορτία που εξασκούνται σ' αυτές.

Η επίλυση πραγματοποιείται:

- προσεγγιστικά με την εφαρμογή του συνόλου των φορτίων σχεδιασμού  $p=1.35g+1.50q$  (όταν το κινητό φορτίο είναι σχετικά μικρό)
- είτε με ακρίβεια λαμβάνοντας δυσμενείς φορτίσεις.



Εικόνα 4.5.1-1: Συνεχής πλάκα τριών ανοιγμάτων

Παράδειγμα:

Οι 3 πλάκες (προηγούμενο σχήμα) έχουν  $L_1=4.50\text{ m}$ ,  $h_1=180\text{ mm}$ ,  $g_1=10.0\text{ kN/m}^2$ ,  $q_1=2.0\text{ kN/m}^2$ ,  $L_2=4.00\text{ m}$ ,  $h_2=140\text{ mm}$ ,  $g_2=5.0\text{ kN/m}^2$ ,  $q_2=2.0\text{ kN/m}^2$ ,  $L_3=4.00\text{ m}$ ,  $h_3=140\text{ mm}$ ,  $g_3=5.0\text{ kN/m}^2$ ,  $q_3=2.0\text{ kN/m}^2$ , όπου τα φορτία  $g$  περιλαμβάνουν και το ίδιο βάρος. Ζητείται η στατική επίλυση των πλακών θεωρώντας καθολική φόρτιση για κατάσταση αστοχίας.

Το φορτίο σχεδιασμού σε κάθε πλάκα ισούται με  $p_i=\gamma_g \cdot g_i + \gamma_q \cdot q_i = 1.35 \cdot g + 1.50 \cdot q_i$ , οπότε σε ζώνη πλάτους  $1.00\text{ m}$  ισχύει ότι:

$$p_1 = 1.35 \times 10.0 + 1.50 \times 2.0 = 16.5 \text{ kN/m}$$

$$p_2 = p_3 = 1.35 \times 5.0 + 1.50 \times 2.0 = 9.75 \text{ kN/m}$$

Η συνεχής πλάκα 3 ανοιγμάτων θα υπολογισθεί με τη μέθοδο Cross.

Θεμελιώδεις ροπές ανοιγμάτων (πίνακας b3)

$$M_{10} = -p_1 \cdot L_1^2 / 8 = -16.5 \times 4.50^2 / 8 = -41.8 \text{ kNm}$$

$$M_{12} = M_{21} = -p_2 \cdot L_2^2 / 12 = -9.75 \times 4.00^2 / 12 = -13.0 \text{ kNm}$$

$$M_{23} = -p_3 \cdot L_3^2 / 8 = -9.75 \times 4.00^2 / 8 = -19.5 \text{ kNm}$$

Ροπές αδράνειας  $I$

$$I_{01} = I_c = 1.0 \times 0.18^3 / 12 = 4.86 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{12} = I_{23} = 1.0 \times 0.14^3 / 12 = 2.29 \times 10^{-4} \text{ m}^4 = 0.47 I_c$$

Συντελεστές δυσκαμψίας  $k$ , δείκτες κατανομής  $v$

$$\begin{array}{lcl} k_{10} = \frac{3I_{10}}{4I_c \cdot L_{01}} = \frac{3}{4 \times 4.5} = & 0.167 & v_{01} = \frac{0.167}{0.285} = 0.586 \\ k_{12} = \frac{4I_{12}}{4I_c \cdot L_{12}} = \frac{4 \times 0.47I_c}{4I_c \times 4.0} = & \frac{0.118}{0.285} & v_{12} = \frac{0.118}{0.285} = 0.414 \\ & 0.285 & & 1.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} k_{21} = k_{12} = & 0.118 & v_{21} = \frac{0.118}{0.206} = 0.573 \\ k_{23} = \frac{3I_{23}}{4I_c \cdot L_{23}} = \frac{3 \times 0.47I_c}{4I_c \times 4.0} = & \frac{0.088}{0.206} & v_{01} = \frac{0.088}{0.206} = 0.427 \\ & 0.206 & & 1.000 \end{array}$$

	1	2		
	0.586	0.414	0.573	0.427
	+41.8	-13.0	+13.0	-19.5
-[+41.8-13.0] × 0.586 → - 16.9		-11.9 → 0.50	- 6.0	
		+ 3.6 0.50 ←	+ 7.2	+ 5.3 ← 0.427 × [-(+13.0-19.5-6.0)]
-[+3.6] × 0.586 → - 2.1		- 1.5 → 0.50	- 0.8	
		+ 0.3 0.50 ←	+ 0.5	+ 0.3 ← 0.427 × [-(-0.8)]
-[+0.3] × 0.586 → - 0.2		- 0.1		
+22.6		-22.6	+13.9	-13.9
	$M_1 = -22.6 \text{ kNm}$		$M_2 = -13.9 \text{ kNm}$	

$$V_{0l}=16.5 \times 4.50/2 - 22.6/4.50 = 32.1 \text{ kN}$$

$$V_{10}=-16.5 \times 4.50/2 - 22.6/4.50 = -42.1 \text{ kN}$$

$$V_{12}=9.75 \times 4.00/2 + (-13.9+22.6)/4.00 = 21.7 \text{ kN}$$

$$V_{21}=-9.75 \times 4.00/2 + (-13.9+22.6)/4.00 = -17.3 \text{ kN}$$

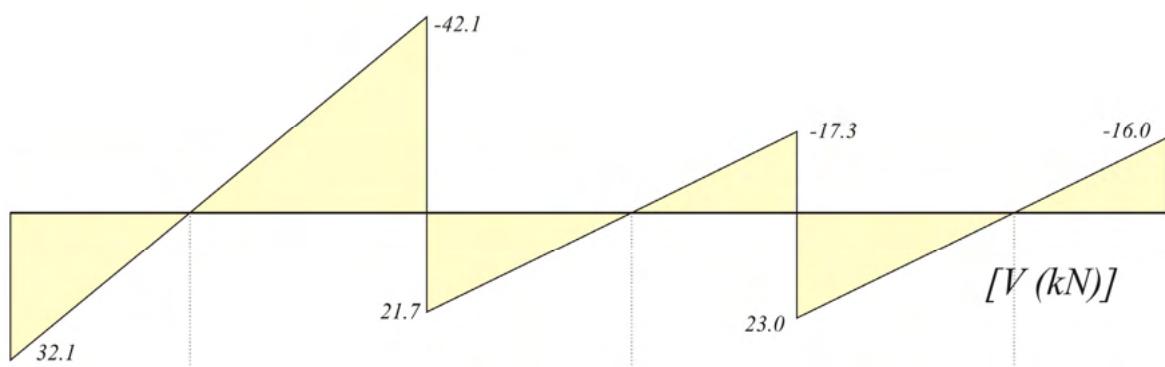
$$V_{23}=9.75 \times 4.00/2 + 13.9/4.00 = 23.0 \text{ kN}$$

$$V_{32}=-9.75 \times 4.00/2 + 13.9/4.00 = -16.0 \text{ kN}$$

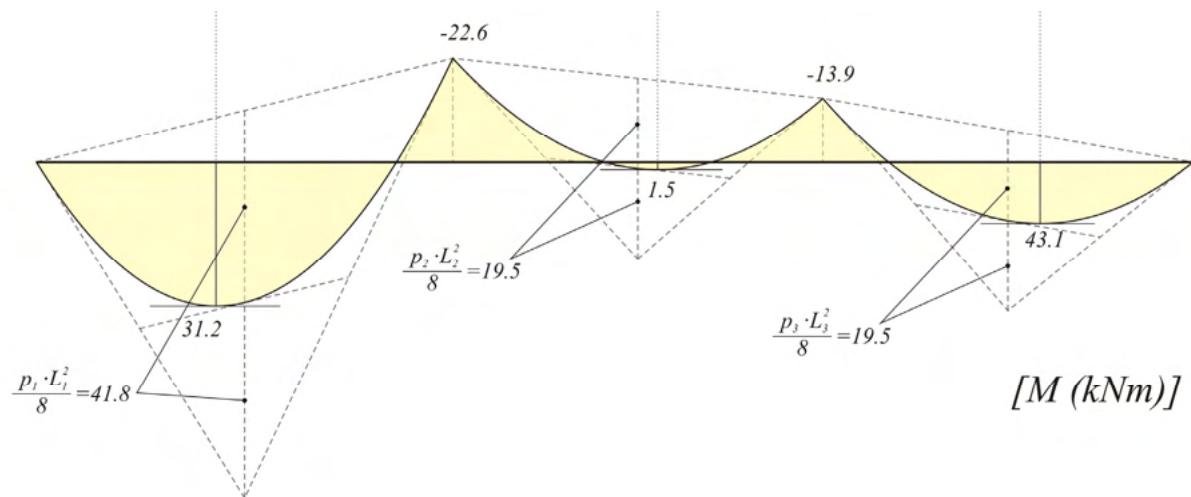
$$\max M_{0l}=32.1^2/(2 \times 16.5)=31.2 \text{ kNm}$$

$$\max M_{12}=21.7^2/(2 \times 9.75)-22.6=1.5 \text{ kNm}$$

$$\max M_{23}=16.0^2/(2 \times 9.75)=13.1 \text{ kNm}$$



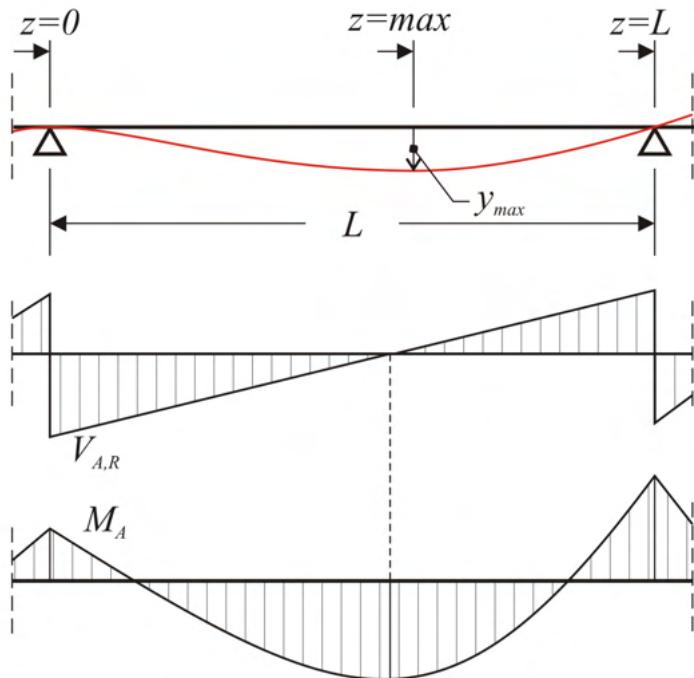
Εικόνα 4.5.1-2: Διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων



Εικόνα 4.5.1-3: Διάγραμμα ροπών κάμψης

#### 4.5.2 Βέλος κάμψης

Έστω ΑΒ ράβδος πλάκας με μήκος  $L$ , ροπή αδράνειας  $I$ , μέτρο ελαστικότητας  $E$ , στην οποία ασκείται ομοιόμορφο φορτίο  $p$ . Με γνωστή την τέμνουσα  $V_{A,R}$  (αριστερή στήριξη) και τη ροπή  $M_A$ , ζητείται η εξίσωση της ελαστικής γραμμής λόγω κάμψης και το μέγιστο βέλος κάμψης.



Εικόνα 4.5.1-6: Γενική περίπτωση κάμψης ράβδου (πλάκας ή δοκού)

Θεωρώντας ως αρχή των  $z$  το αριστερό άκρο της ράβδου έχουμε:

$$V(z) = V_{A,R} - p \cdot z$$

$$M(z) = M_A + V_{A,R} \cdot z - \frac{p \cdot z^2}{2}$$

Η βασική εξίσωση της ελαστικής γραμμής  $E \cdot I \cdot \frac{d^2 y(z)}{dz^2} = -M(z)$  επιλύεται σε δύο φάσεις:

##### 1<sup>η</sup> φάση

$$\varphi(z) = \frac{dy(z)}{dz} = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \int -M(z) dz = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \int \left( -M_A - V_{A,R} \cdot z + \frac{p \cdot z^2}{2} \right) dz \rightarrow$$

$$\varphi(z) = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \left( -M_A \cdot z - \frac{V_{A,R} \cdot z^2}{2} + \frac{p \cdot z^3}{6} + C_1 \right)$$

Η εξίσωση της εφαπτομένης της ελαστικής γραμμής ισούται με:

$$\varphi(z) = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \left( \frac{p}{6} \cdot z^3 - \frac{V_{A,R}}{2} \cdot z^2 - M_A \cdot z + C_1 \right) \quad (1)$$

## 2<sup>η</sup> φάση

$$y(z) = \int \varphi(z) dz = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \int \left( \frac{p}{6} \cdot z^3 - \frac{V_{A,R}}{2} \cdot z^2 - M_A \cdot z + C_1 \right) dz \rightarrow$$

$$y(z) = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \left( \frac{p}{24} \cdot z^4 - \frac{V_{A,R}}{6} \cdot z^3 - \frac{M_A}{2} \cdot z^2 + C_1 \cdot z + C_2 \right)$$

$$y(0)=0 \rightarrow C_2=0$$

Η εξίσωση της ελαστικής γραμμής ισούται τότε με:

$$y(z) = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \left( \frac{p}{24} \cdot z^4 - \frac{V_{A,R}}{6} \cdot z^3 - \frac{M_A}{2} \cdot z^2 + C_1 \cdot z \right) \quad (2)$$

$$y(L)=0 \rightarrow$$

$$0 = \frac{I}{E \cdot I} \cdot \left( \frac{p \cdot L^4}{24} - \frac{V_{A,R} \cdot L^3}{6} - \frac{M_A \cdot L^2}{2} + C_1 \cdot L \right) \rightarrow C_1 = -\frac{p \cdot L^3}{24} + \frac{V_{A,R} \cdot L^2}{6} + \frac{M_A \cdot L}{2} \quad (3)$$

Επομένως, η εξίσωση της εφαπτομένης της ελαστικής γραμμής (1) και η εξίσωση του βέλους κάμψης (2) είναι πλέον γνωστές.

Η θέση στην οποία εμφανίζεται το μέγιστο βέλος κάμψης είναι το σημείο στο οποίο μηδενίζεται η πρώτη παράγωγος του, δηλαδή το σημείο  $z$  στο οποίο  $\varphi(z)=0$ .

$$(1) \rightarrow \frac{p \cdot z^3}{6} - \frac{V_{A,R} \cdot z^2}{2} - M_A \cdot z + C_1 = 0 \quad (4)$$

Η συμβατή λύση της τριτοβάθμιας εξίσωσης (3) δίνει το ζητούμενο σημείο  $z_{max}$ , το οποίο αντικαθίσταται στην εξίσωση (2) και προκύπτει το μέγιστο βέλος κάμψης  $y_{max}$ .

Παράδειγμα: Βέλος κάμψης της πρώτης πλάκας (του παραδείγματος της §4.3.1):

Για  $L=4.5 \text{ m}$ ,  $p=16.5 \text{ kN/m}$ ,  $V_{A,R}=32.1 \text{ kN}$  και  $M_A=0.0$ , από την (3) προκύπτει ότι:

$$C_1 = -\frac{16.5 \times 4.5^3}{24} + \frac{32.1 \times 4.5^2}{6} \text{ kN} \cdot \text{m}^2 = 45.7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$(4) \rightarrow (16.5/6) \cdot z^3 - (32.1/2) \cdot z^2 - 0 + 45.7 = 0 \rightarrow 2.75z^3 - 16.05z^2 + 45.7 = 0 \rightarrow z_{max} = 2.112 \text{ m}$$

$$(2) \rightarrow y(z) = \frac{I}{E \cdot I} \cdot (0.6875 \cdot z^4 - 5.35 \cdot z^3 + 45.7 \cdot z) \quad (1.2)$$

$$y(2.112) = \frac{I}{E \cdot I} \cdot (0.6875 \times 2.112^4 - 5.35 \times 2.112^3 + 45.7 \times 2.112) \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^3 = \frac{59.8}{E \cdot I} \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^3$$

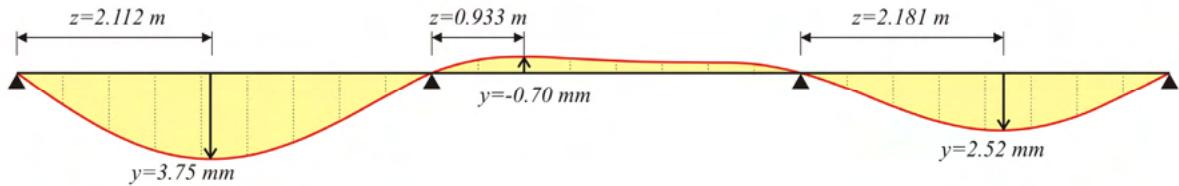
Για πάχος πλάκας  $h=180 \text{ mm}$  και μέτρο ελαστικότητας σκυροδέματος  $E=32.80 \text{ GPa}$  έχουμε ότι:

$$I=(b \cdot h^3)/12 = (1.0 \times 0.18^3)/12 = 486 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$E \cdot I = 32.8 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \times 486 \times 10^{-6} \text{ m}^4 = 15.9408 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2, \text{ áρα,}$$

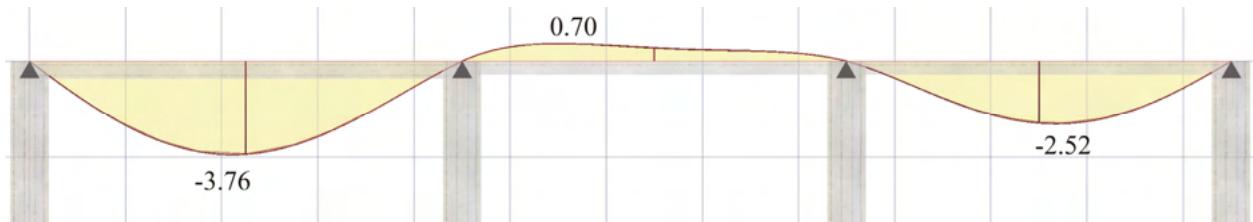
$$y_{l,max} = y(2.112) = \frac{59.8 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^3}{15.9408 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2} = 0.00375 \text{ m} = 3.75 \text{ mm}$$

Η ελαστική γραμμή της συνεχούς πλάκας που προκύπτει από τις εξισώσεις (1.2), (2.2), (3.2) είναι η ακόλουθη:



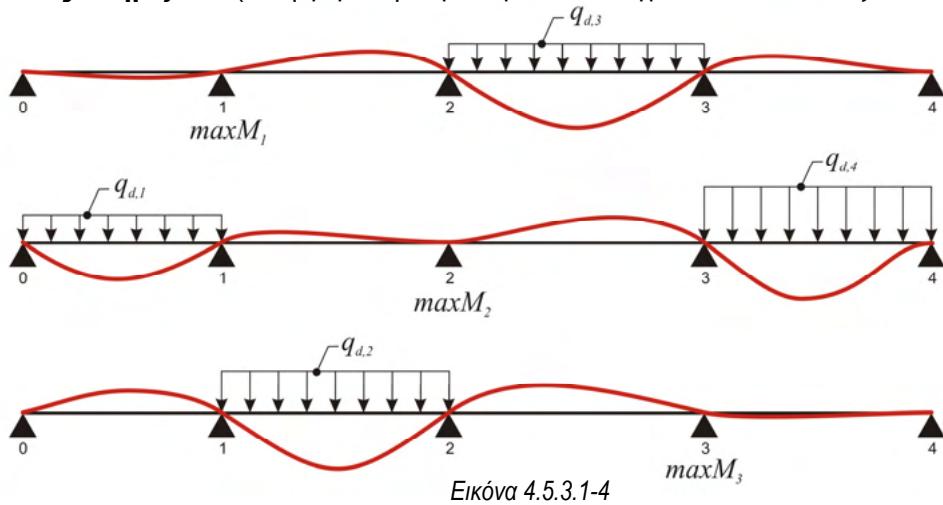
Εικόνα 4.5.1-7: Η ελαστική γραμμή από τις εξισώσεις των 3 πλακών

Η μελέτη <B\_451> (pi-FES) εξάγει τις ταυτόσημες παραμορφώσεις:

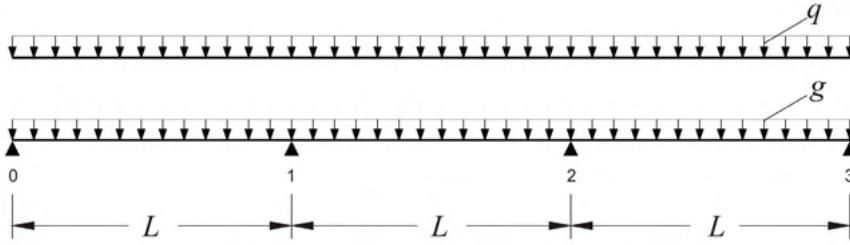


Εικόνα 4.5.1-8: Η ελαστική γραμμή από το pi-FES (Ενεργό module\SLABS) σε όψη

**Μέγιστες ροπές στηρίξεων (κενή φόρτιση παρακείμενων ανοιγμάτων και εναλλάξ των υπολοίπων)**



Παράδειγμα:



Η συνεχής πλάκα του σχήματος έχει σε κάθε άνοιγμα μήκος  $L=5.00 \text{ m}$  και πάχος  $h=160 \text{ mm}$ , ενώ καταπονείται από φορτίο επικάλυψης  $g_e=1.0 \text{ kN/m}^2$  και ωφέλιμο  $q=5.0 \text{ kN/m}^2$ . Σκυρόδεμα C50/60. Ζητείται η περιβάλλουσα των ροπών και των τεμνουσών, σε οριακή κατάσταση αστοχίας, των τριών πλακών.

Επίλυση:

$$\text{Τύπο βάρος: } g_o = 0.16m \cdot 25.0 \text{ kN/m}^3 = 4.00 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Επικάλυψη: } g_e = \frac{1.00 \text{ kN/m}^2}{}$$

$$\text{Σύνολο μόνιμων φορτίων: } g = 5.00 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Σύνολο ωφέλιμων φορτίων: } q = 5.00 \text{ kN/m}^2$$

Το μόνιμο φορτίο σχεδιασμού κάθε πλάκας ισούται με  $g_d=1.00 \times 5.0=5.0 \text{ kN/m}$  και το συνολικό φορτίο σχεδιασμού με  $p_d=\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q=1.35 \times 5.0 + 1.50 \times 5.0=14.25 \text{ kN/m}$ .

Επίλυση με το χέρι:

$$I=(b \cdot h^3)/12=(1.0 \times 0.16^3)/12=341 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Το μέτρο ελαστικότητας για σκυρόδεμα C50/60 ισούται με  $E=37.3 \text{ GPa}$ .

$$E \cdot I = 37.3 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \times 341 \times 10^{-6} \text{ m}^4 = 12.719 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

Επειδή  $I_{10}=I_{12}=I_{23}=I_c$ , οι συντελεστές δυσκαμψίας  $k$  και οι δείκτες κατανομής  $v$  ισούνται με:

$$k_{10} = \frac{3I_{10}}{4I_c \cdot L_{01}} = \frac{3}{4 \times 5.0} = \frac{0.150}{0.350} = \frac{0.429}{}$$

$$k_{12} = \frac{4I_{12}}{4I_c \cdot L_{12}} = \frac{4}{4 \times 5.0} = \frac{0.200}{0.350} = \frac{0.571}{1.000}$$

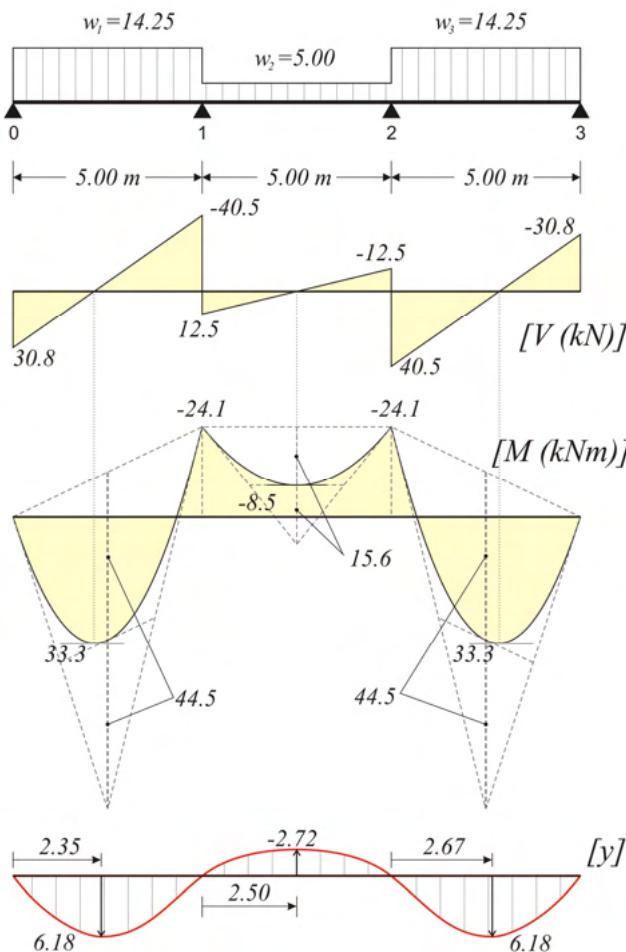
Λόγω συμμετρίας φορέα:  $v_{21}=0.571$  και  $v_{23}=0.429$

Φόρτιση 1:  $w_1=w_3=p_d=14.25 \text{ kN/m}$ ,  $w_2=g_d=5.0 \text{ kN/m}$  ( $V_{01,max}$ ,  $M_{01,max}$ ,  $M_{12,min}$ ,  $|V_{32,max}|$ ,  $M_{23,max}$ )

Θεμελιώδεις ροπές πάκτωσης από τον πίνακα b3 →

$$M_{10}=M_{23}=-w_1 \cdot L^2/8=-14.25 \times 5.0^2/8=-44.5 \text{ kNm}, M_{12}=M_{21}=-w_2 \cdot L^2/12=-5.0 \times 5.0^2/12=-10.4 \text{ kNm}$$

	0.429	0.571		0.571	0.429
	+44.5	-10.4		+10.4	-44.5
$-[+44.5-10.4] \times 0.429 \rightarrow -14.6$	-19.5	$\rightarrow 0.50$	- 9.8	$+25.1$	$+18.8 \leftarrow 0.429 \times [-(+10.4-44.5-9.8)]$
$-[+12.5 \times 0.429] \rightarrow -5.3$	+12.5	$0.50 \leftarrow$	+ 3.6	$+2.1$	$+1.5 \leftarrow 0.429 \times [-(+3.6)]$
$-[+1.1 \times 0.586] \rightarrow -0.6$	- 7.2	$\rightarrow 0.50$	- 0.3	$+0.2$	$+0.1 \leftarrow 0.429 \times [(-0.3)]$
	+ 1.1	$0.50 \leftarrow$			
	- 0.5	$\rightarrow 0.50$			
	+24.1	-24.1		+24.1	-24.1
	$M_1=-24.1 \text{ kNm}$			$M_2=-24.1 \text{ kNm}$	



$$V_{01}=14.25 \times 5.0/2-24.1/5.0=35.63-4.82=30.8 \text{ kN}$$

$$V_{10}=-35.63-4.82=-40.5 \text{ kN}$$

$$V_{12}=5.0 \times 5.0/2=12.5 \text{ kN}$$

$$M_{01,max}=V_{01}^2/(2 \cdot w_1)=30.8^2/(2 \times 14.25)=33.3 \text{ kNm}$$

$$w_1 \cdot L^2/8=14.25 \times 5.0^2/8=44.5 \text{ kNm}$$

$$M_{12,min}=V_{12}^2/(2 \cdot w_2)+M_1=12.5^2/(2 \times 5.0)-24.1=15.6-24.1=-8.5 \text{ kN}$$

$$w_2 \cdot L^2/8=5.0 \times 5.0^2/8=15.6 \text{ kNm}$$

01: (3) →

$$C_I=(-14.25 \times 5.0^3/24+30.8 \times 5.0^2/6)=54.1 \text{ kNm}^2$$

$$(4) \rightarrow (14.25/6)z^3-(30.8/2)z^2+54.1=0 \rightarrow$$

$$2.375z^3-15.4z^2+54.1=0 \text{ που δίνει λύση } z_{max}=2.347 \text{ m}$$

$$(2) \rightarrow y(z)=1/12.719 \times [(14.25/24) \times 2.347^4 - (30.8/6) \times 2.347^3 + 0 \times 2.347^2 + 54.1 \times 2.347] \rightarrow y(2.335)=6.18 \text{ mm}$$

12: Λόγω συμμετρίας φορέα και φόρτισης, είναι  $z_{max}=2.5 \text{ m}$

$$C_I=(-5.00 \times 5.0^3/24+12.5 \times 5.0^2/6-24.1 \times 5.0/2) \text{ kNm}^2=-34.2 \text{ kNm}^2$$

$$(2) \rightarrow y(z)=1/12.719 \times [(5.00/24) \times 2.50^4 - (12.5/6) \times 2.50^3 + 24.1 \times 2.50^2/2 - 34.2 \times 2.50] \rightarrow y(2.50)=-2.72 \text{ mm}$$

Εικόνα 4.5.3.1-6

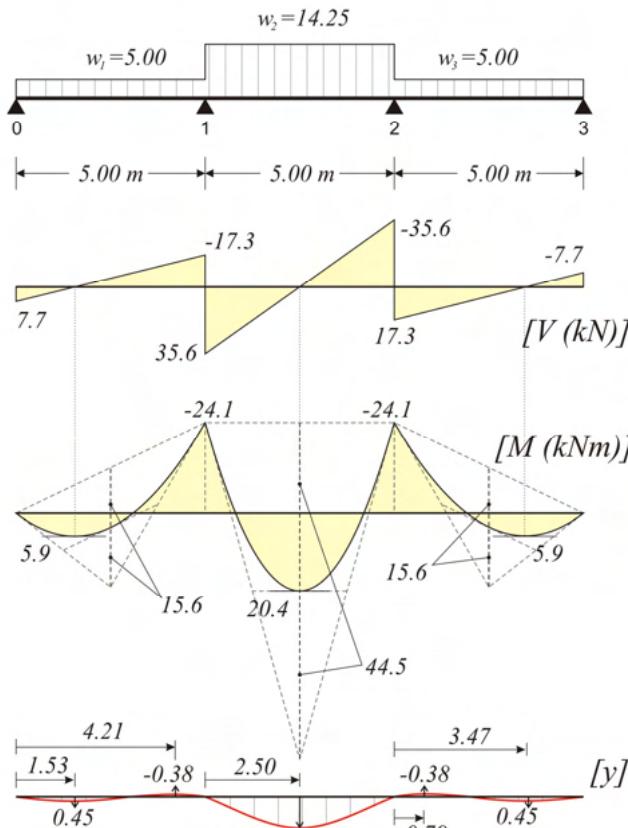
<sup>12</sup> Ο άλλος τρόπος υπολογισμού είναι:  $M_{12}=w_2 \cdot L^2/8+M_1=5.0 \cdot 5.0^2/8-24.1=15.6-24.1=-8.5 \text{ kNm}$

Φόρτιση 2:  $w_1 = w_3 = g_d = 5.0 \text{ kN/m}$ ,  $w_2 = p_d = 14.25 \text{ kN/m}$  ( $V_{01,min}$ ,  $M_{01,min}$ ,  $M_{23,max}$ ,  $|V_{32,min}|$ ,  $M_{23,min}$ )

Θεμελιώδεις ροπές πάκτωσης από τον πίνακα b3 →

$$M_{10} = M_{23} = -w_1 \cdot L^2 / 8 = -5 \times 5.0^2 / 8 = -15.6 \text{ kNm}, M_{12} = M_{21} = -w_2 \cdot L^2 / 12 = -14.25 \times 5.0^2 / 12 = -29.7 \text{ kNm}$$

	0.429	0.571		0.571	0.429
$+15.6$	-29.7			+29.7	-15.6
$-[+15.6-29.7] \times 0.429 \rightarrow +6.1$	+ 8.0	$\rightarrow 0.50$		+4.0	
$-[-5.2] \times 0.429 \rightarrow +2.2$	- 5.2	$0.50 \leftarrow$	-10.3	$-7.8 \leftarrow 0.429 \times [-(+29.7-15.6+4.0)]$	
$-[+0.5] \times 0.586 \rightarrow +0.2$	+ 3.0	$\rightarrow 0.50$	+1.5		
	- 0.5	$0.50 \leftarrow$	-0.9	-0.6	$\leftarrow 0.429 \times [-(+1.5)]$
	+ 0.3	$\rightarrow 0.50$	+0.2		
			- 0.1	- 0.1	$\leftarrow 0.429 \times [-(+0.2)]$
$+24.1$	-24.1			+24.1	-24.1
$M_I = -24.1 \text{ kNm}$			$M_2 = -24.1 \text{ kNm}$		



Εικόνα 4.5.3.1-7

$$V_{01} = 5.0 \times 5.0 / 2 - 24.1 / 5.0 = 12.5 - 4.8 = 7.7 \text{ kN}$$

$$V_{10} = -12.5 - 4.8 = -17.3 \text{ kN}$$

$$V_{12} = 14.25 \times 5.0 / 2 = 35.6 \text{ kN}$$

$$M_{01,max} = V_{01}^2 / (2 \cdot w_1) = 7.7^2 / (2 \times 5.0) = 5.9 \text{ kNm}$$

$$w_1 \cdot L^2 / 8 = 5 \times 5.0^2 / 8 = 15.6 \text{ kNm}$$

$$M_{12,max} = V_{12}^2 / (2 \cdot w_2) + M_1 = 35.6^2 / (2 \times 14.25) - 24.1 = 44.5 - 24.1 = 20.4 \text{ kNm}$$

$$w_2 \cdot L^2 / 8 = 14.25 \times 5.0^2 / 8 = 44.5 \text{ kNm}$$

01: (3) →

$$C_1 = (-5.00 \times 5.0^3 / 24 + 7.7 \times 5.0^2 / 6) \text{ kN} \cdot \text{m}^2 = 6.0 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$(4) \rightarrow (5.00 / 6) z^3 - (7.7 / 2) z^2 - 0 + 6.0 = 0 \rightarrow$$

$$0.833z^3 - 3.85z^2 + 6.0 = 0 \text{ που δίνει λύσεις } z_{max,1} = 1.53 \text{ m και } z_{max,2} = 4.21 \text{ m}$$

$$(2) \rightarrow y(z1) = 1 / 12.719 \times [(5.00 / 24) \times 1.53^4 - (7.7 / 6) \times 1.53^3 + 0 \times 1.53^2 + 6.0 \times 1.53] \rightarrow y(1.53) = 0.45 \text{ mm}$$

$$(2) \rightarrow y(z2) = 1 / 12.719 \times [(5.00 / 24) \times 4.21^4 - (7.7 / 6) \times 4.21^3 + 0 \times 4.21^2 + 6.0 \times 4.21] \rightarrow y(4.21) = -0.39 \text{ mm}$$

12: Λόγω συμμετρίας φορέα και φόρτισης, είναι

$$z_{max} = 2.50 \text{ m}$$

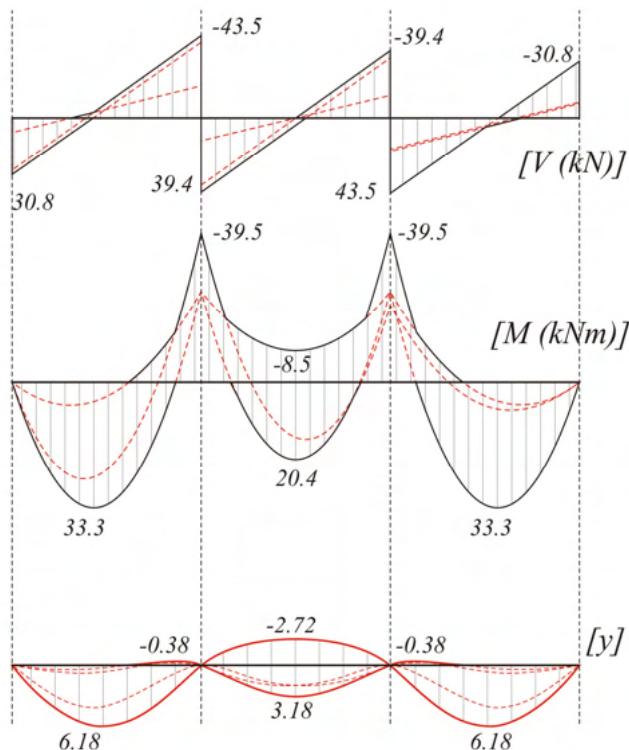
$$C_1 = (-14.25 \times 5.0^3 / 24 + 35.6 \times 5.0^2 / 6 - 24.1 \times 5.0 / 2) \text{ kN} \cdot \text{m}^2 = 13.9 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

$$(2) \rightarrow y(z) = 1 / 12.719 \times [(14.25 / 24) \times 2.50^4 - (35.6 / 6) \times 2.50^3 + 24.1 \times 2.50^2 / 2 + 13.9 \times 2.50] \rightarrow y(2.50) = 3.18 \text{ mm}$$

Φόρτιση 4:  $w_1=g_d=5.0 \text{ kN/m}$   $w_2=w_3=p_d=14.25 \text{ kN/m}$

Η φόρτιση αυτή είναι η αντισυμμετρική ως προς το μέσο της φόρτισης 3.

Περιβάλλουσες όλων των φορτίσεων:



Εικόνα 4.5.3.1-9: Περιβάλλουσες τεμνουσών-ροπών-βελών κάμψης

**Επίλυση με τον πίνακα b4**

$$g_d/p_d = 5.0/14.25 = 0.35$$

$$m_1 = 10.695, m_B = -9.025, m_2 = 17.425, p_{1A} = 2.315, p_{1B} = -1.635, p_{2B} = 1.805$$

$$V_{01,max} = p_d \cdot L / p_{1A} = 14.25 \times 5.0 / 2.315 = 30.8 \text{ kN}$$

$$V_{10,min} = p_d \cdot L / p_{1B} = -14.25 \times 5.0 / 1.635 = -43.6 \text{ kN}$$

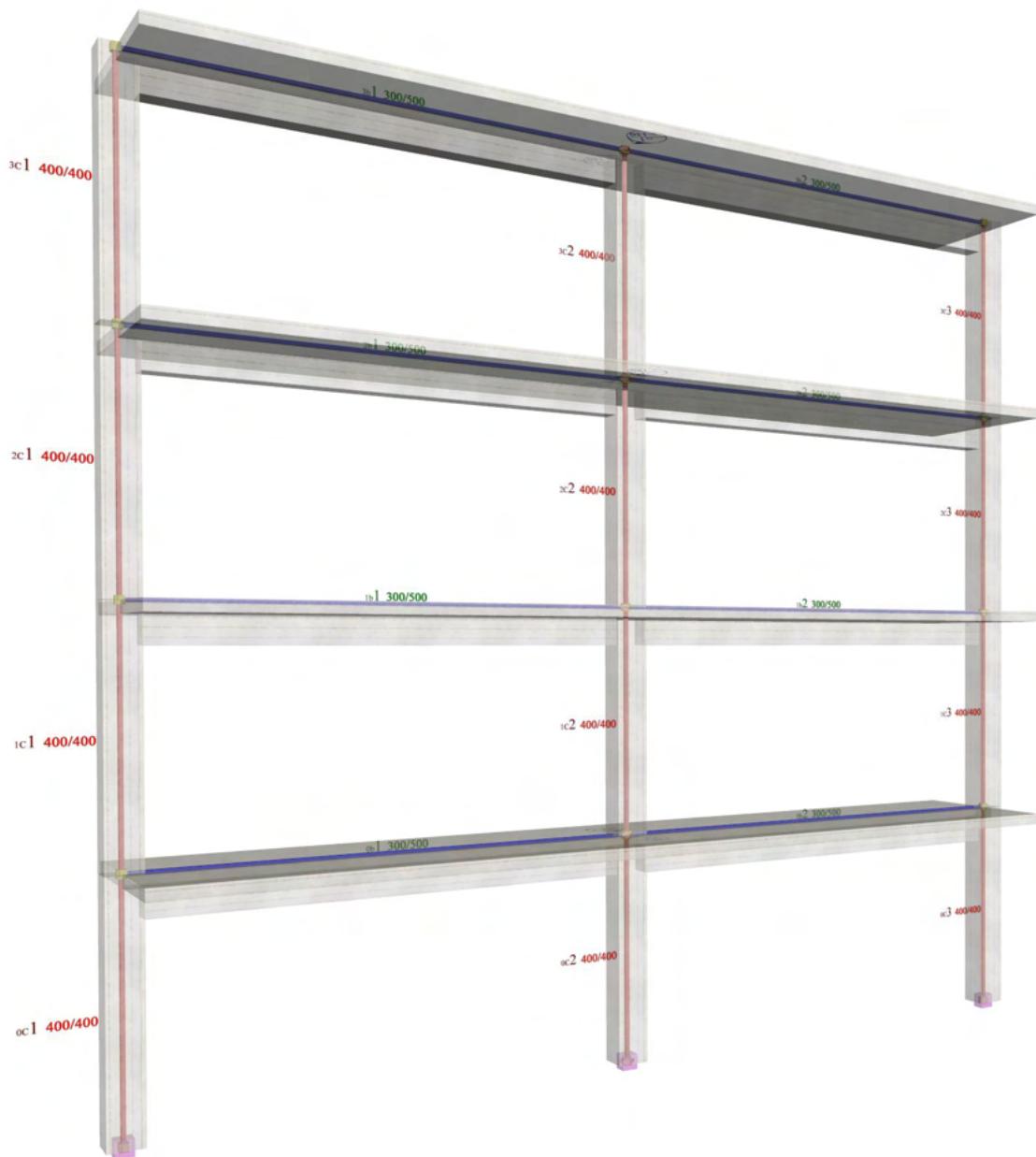
$$V_{12,max} = p_d \cdot L / p_{2B} = 14.25 \times 5.0 / 1.805 = 39.5 \text{ kN}$$

$$M_{01,max} = p_d \cdot L^2 / m_1 = 14.25 \times 5.0^2 / 10.695 = 33.3 \text{ kNm}$$

$$M_{1, min} = p_d \cdot L^2 / m_B = -14.25 \times 5.0^2 / 9.025 = -39.5 \text{ kNm}$$

$$M_{12,max} = p_d \cdot L^2 / m_2 = 14.25 \times 5.0^2 / 17.425 = 20.4 \text{ kNm}$$

Η επίλυση με τον πίνακα είναι πολύ εύκολη, το πρόβλημα όμως είναι ότι δεν δίνει την αρνητική τιμή της ροπής του μεσαίου ανοίγματος.

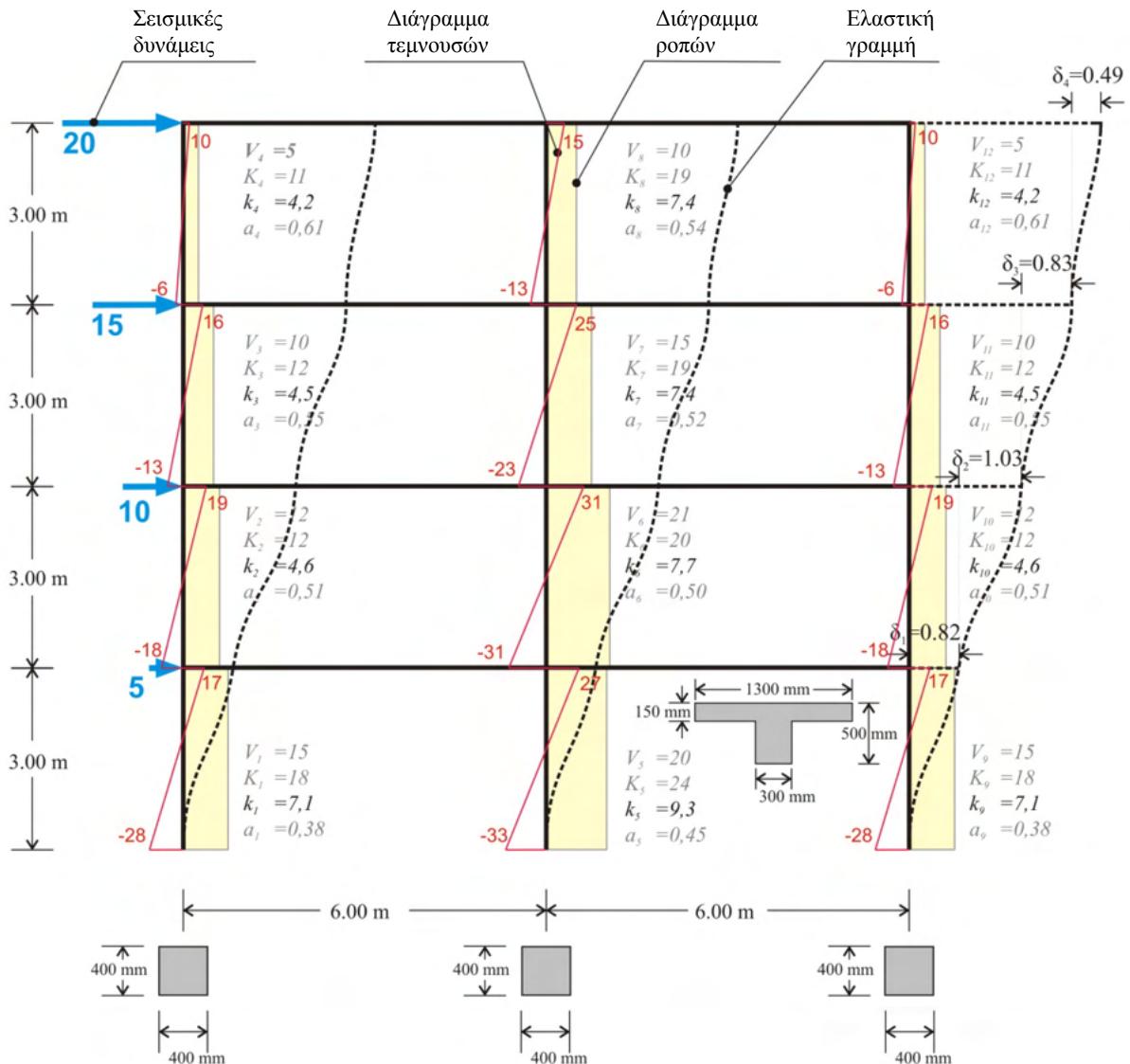


Εικόνα 5.3.1-1: Τετραώροφος πλαισιακός φορέας τριών υποστυλωμάτων

Σε περίπτωση υπογείου, οι σεισμικές δυνάμεις στην οροφή του είναι μηδενικές. Ωστόσο, η κατάσταση πλήρους πάκτωσης στη βάση των κολονών ισχύει μόνο για τις κολόνες που συντρέχουν στα περιμετρικά τοιχία του υπογείου.

Αν στο πλαίσιο υπάρχουν και τοιχία, όπως φαίνεται στην επόμενη παράγραφο, οι δυσκαμψίες και οι κατανομές των ροπών των τοιχίων διαφέρουν μεταξύ τους. Η διαφορά αυτή είναι τόσο πιο έντονη, όσο αυξάνει ο αριθμός των ορόφων.

Η επίλυση του πλαισίου δίνει τις συνολικές μετακινήσεις των κόμβων και τις εντάσεις των κολονών (τέμνουσες δυνάμεις και ροπές κάμψης). Τα μεγέθη  $K$ ,  $k$  και  $a$  είναι παράγωγα των προηγούμενων αποτελεσμάτων. Η φαινόμενη δυσκαμψία  $K_i$  του ορόφου  $i$  προκύπτει από τη σχέση  $K_i = V_i / \delta_i$ , ενώ η φαινόμενη δυσκαμψία της κολόνας  $j$  του ορόφου  $i$  από τη σχέση  $K_{i,j} = V_{i,j} / \delta_i$ .



Εικόνα 5.3.1-2: Πλαισιακός φορέας υποστυλωμάτων με τριγωνική κατανομή σεισμικών φορτίων  
(όπως αποδίδεται γραφικά με το "χέρι")

### Παράδειγμα 5.3.1 (3<sup>ος</sup> όροφος):

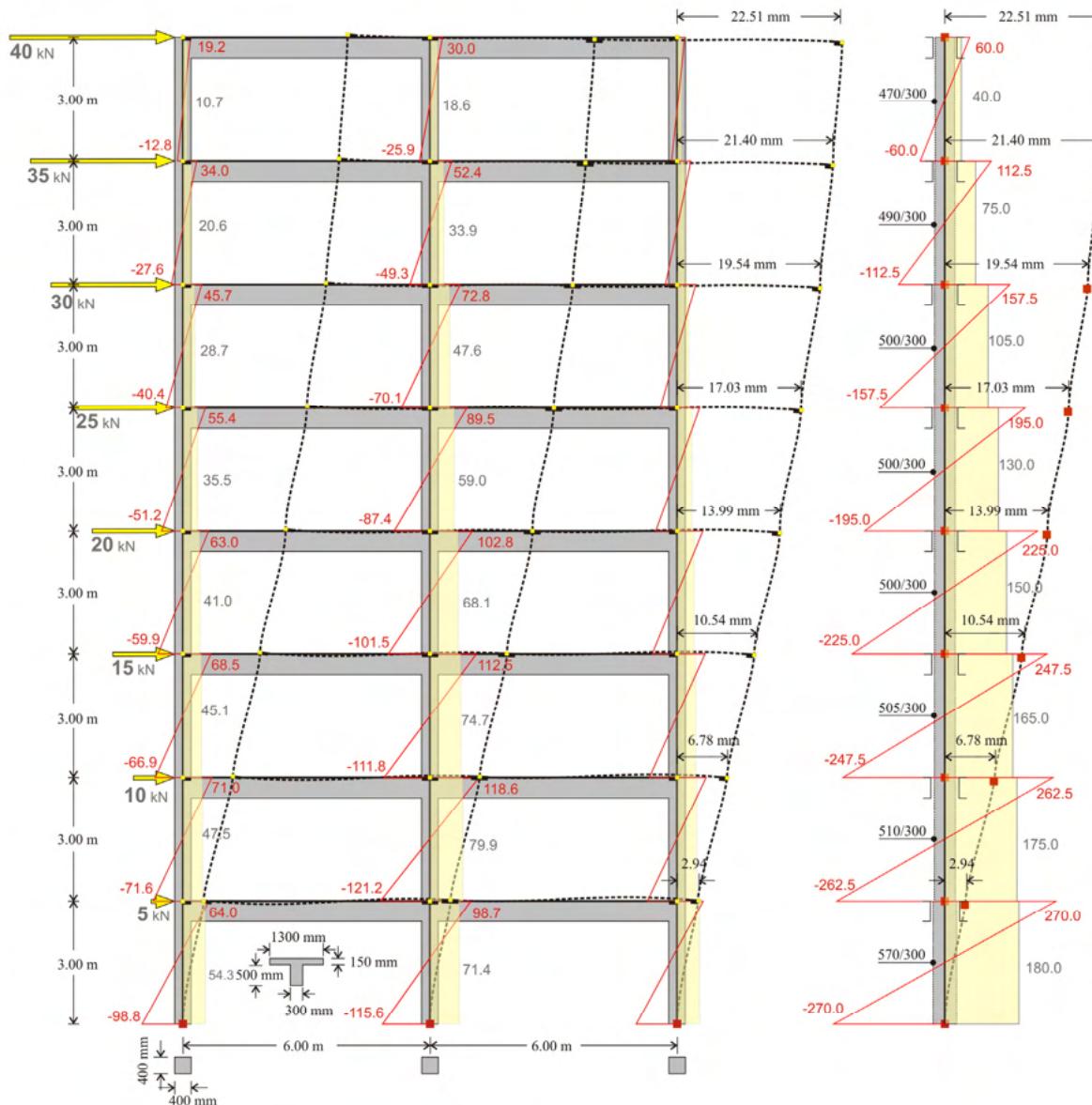
Δυσκαμψίες κολονών:  $K_{3,1}=9.6/0.823=12$ ,  $K_{3,2}=15.8/0.823=19$ ,  $K_{3,3}=9.6/0.823=12$ .

Δυσκαμψία ορόφου:  $K_3=(20+15)/0.823=43$ . Η ίδια τιμή προκύπτει αν την υπολογίσουμε και ως το άθροισμα των δυσκαμψιών των κολονών του ορόφου, δηλαδή  $K_3=K_{3,1}+K_{3,2}+K_{3,3}=43$ .

Αν ληφθεί υπόψη η επιρροή των τεμνονσών δυνάμεων (**Shear effect=ON**), οι μετατοπίσεις προκύπτουν ίσες με  $\delta_1=0.85$ ,  $\delta_2=1.05$ ,  $\delta_3=0.84$ ,  $\delta_4=0.50$  mm, δηλαδή αμελητέα διαφορά.

Λαμβάνοντας όμως υπόψη και την επιρροή των στερεών σωμάτων (**Rigid body=ON**), οι μετατοπίσεις ισούνται με  $\delta_1=0.80$ ,  $\delta_2=0.97$ ,  $\delta_3=0.77$ ,  $\delta_4=0.45$  mm, μικρή μεν, αλλά μετρήσιμη διαφορά μικρότερων μετατοπίσεων και ισχυρότερων δυσκαμψιών.

### Πλαισιακός φορέας με 8 ορόφους με τριγωνική σεισμική φόρτιση



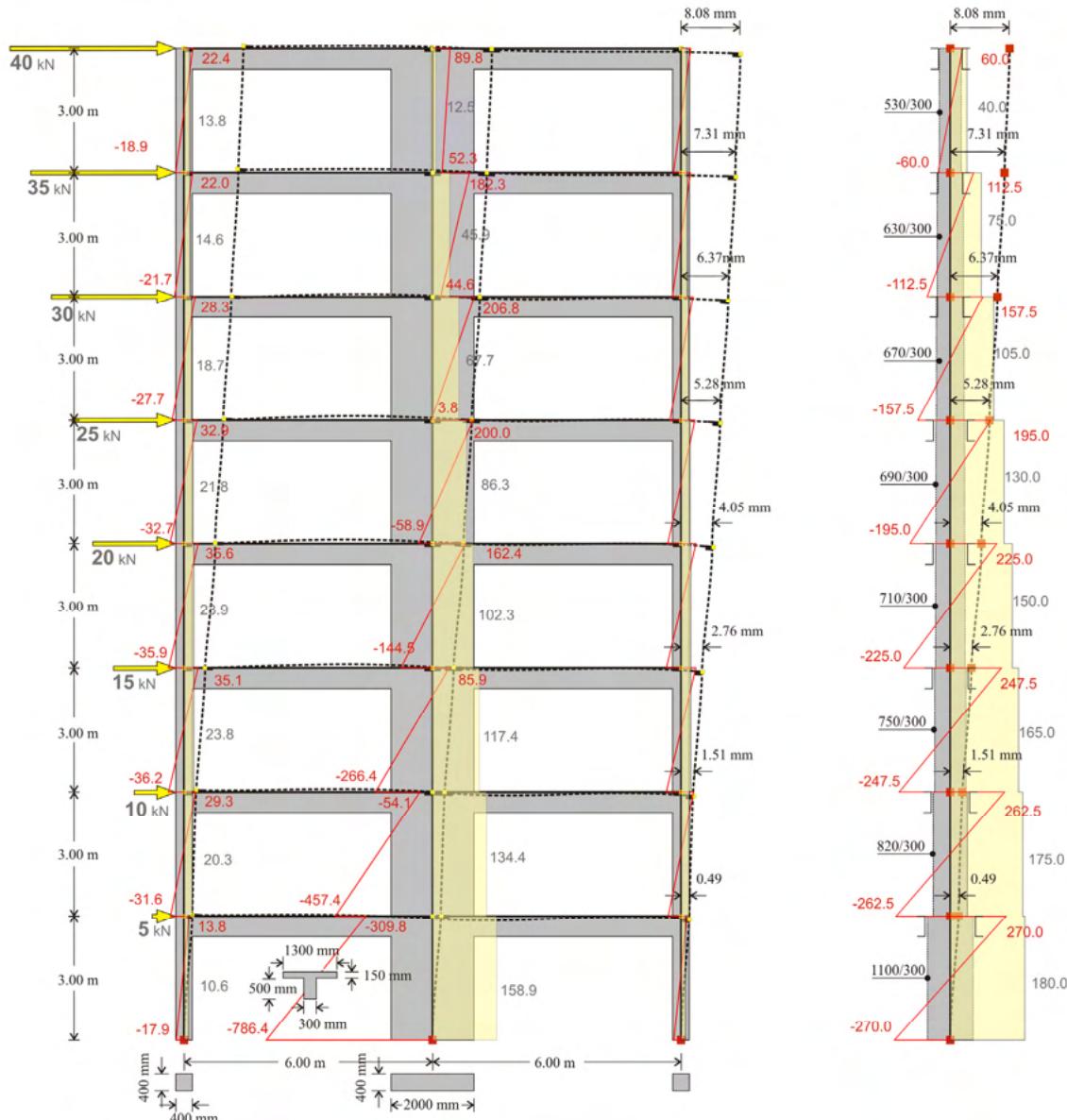
Εικόνα 5.3.3-7: ΠΛΑΙΣΙΑΚΟΣ φορέας  
τριών υποστυλωμάτων διατομής 400/400

Εικόνα 5.3.3-8: Ισοδύναμος φορέας μίας αμφίπακτης κολόνας ανά όροφο

#### Παρατηρήσεις:

- Σε όλους τους φορείς, πλαισιακούς ή μικτούς, το άθροισμα των σεισμικών τεμνουσών των κολονών μίας στάθμης, ισούται με το άθροισμα των σεισμικών δυνάμεων όλων των υπερκειμένων ορόφων. Ενδεικτικά, για την πρώτη στάθμη ισχύει  $54.3+71.4+54.3=180$ , ενώ για την τελευταία  $10.7+18.6+10.7=40$ . Το μεσαίο υποστύλωμα της πρώτης στάθμης αναλαμβάνει το  $71.4/180=40\%$  της συνολικής τέμνουσας, ενώ τα δύο ακραία της ίδιας στάθμης το 30% το καθένα. Η μεσαία κολόνα στην τελευταία στάθμη, αναλαμβάνει το  $18.6/40=46\%$ , ενώ καθένα από τα ακραία υποστυλώματα το 27% αντίστοιχα.
- Τόσο για πλαισιακό όσο και για μικτό σύστημα, σε κάθε υποστύλωμα ισχύει  $M_o-M_u=V \cdot h$ , όπου  $M_o$  είναι η ροπή στην κεφαλή της κολόνας,  $M_u$  η ροπή στον πόδα,  $V$  η τέμνουσα της κολόνας και  $h$  το ύψος της. Για παράδειγμα, στο μεσαίο υποστύλωμα του προηγούμενου φορέα ισχύει  $98.7-(-115.6)=71.4 \times 3.0$  ( $214.3 \approx 214.2$ ).

### Μικτός φορέας με 8 ορόφους με τριγωνική σεισμική φόρτιση



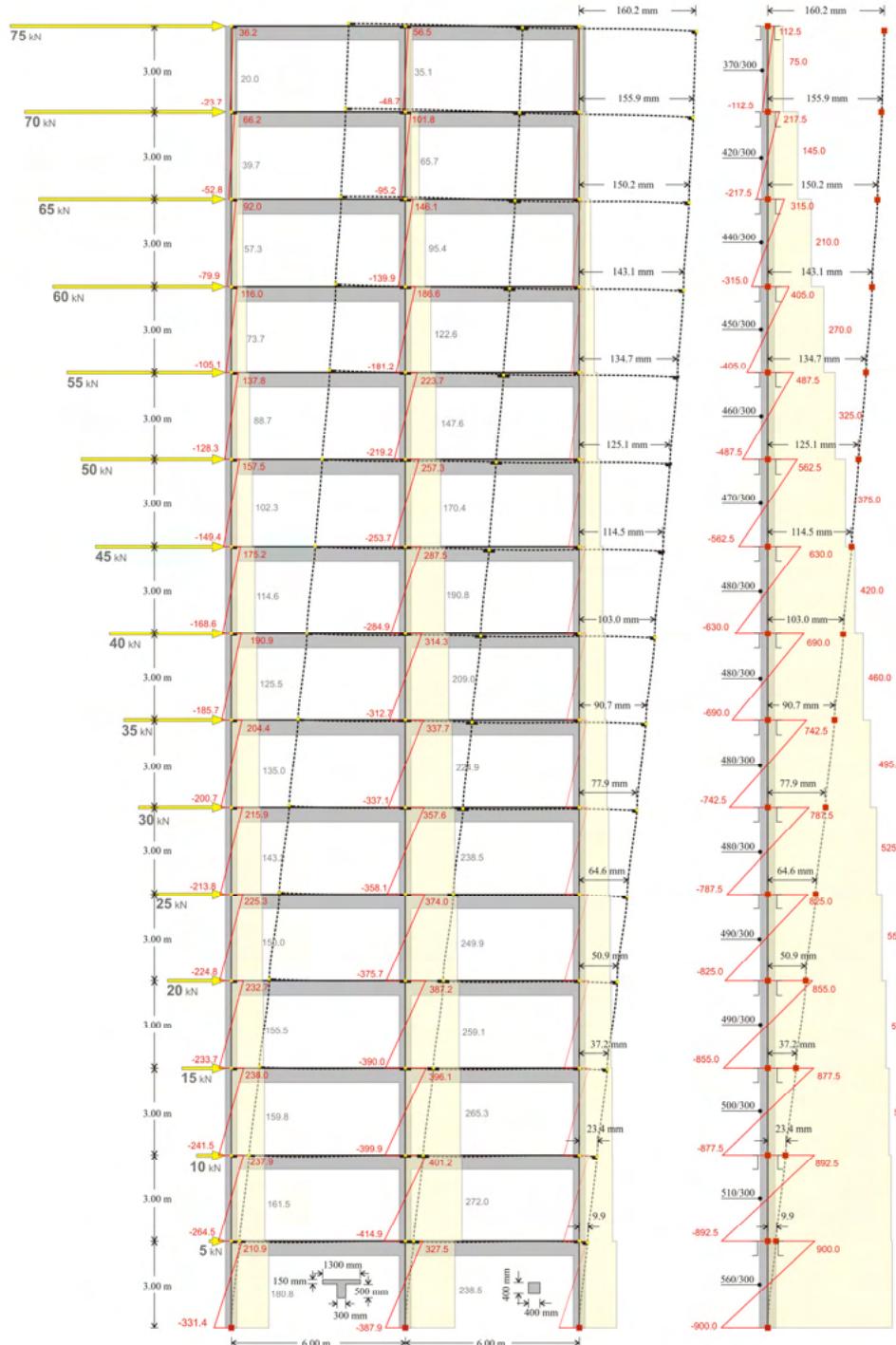
Εικόνα 5.3.3-9: ΜΙΚΤΟΣ φορέας ενός τοιχίου διατομής 2000/300 και δύο υποστυλώματων διατομής 400/400

Εικόνα 5.3.3-10: Ισοδύναμος φορέας μίας αμφίπακτης κολόνας ανά όροφο

#### Παρατηρήσεις:

- Στην πρώτη στάθμη ισχύει  $10.6+158.9+10.6=180$ . Το μεσαίο τοιχίο αναλαμβάνει το  $158.9/180=88\%$  της συνολικής τέμνουσας, ενώ τα δύο ακραία υποστυλώματα το 11% το καθένα. Στην τελευταία στάθμη ισχύει  $13.8+12.5+13.8=40$ . Το τοιχίο αναλαμβάνει το  $12.5/40=32\%$  της συνολικής τέμνουσας, ενώ κάθε υποστύλωμα το 34% αντίστοιχα. Συμπεραίνουμε ότι στο ισόγειο το τοιχίο ανακουφίζει τα υποστυλώματα, ενώ στον τελευταίο όροφο τα επιβαρύνει.
- Η σχέση  $M_o-M_u=V \cdot h$ , ισχύει τόσο για τα υποστυλώματα, όσο και για τα τοιχία. Ενδεικτικά, για το τοιχίο της πρώτης στάθμης ισχύει  $-309.9-(-786.4)=158.9 \times 3.0$  ( $476.5 \approx 476.7$ ), ενώ για το τοιχίο της τελευταίας στάθμης ισχύει  $89.8-52.3=12.5 \times 3.0$  ( $37.5=37.5$ ).
- Η μέγιστη μετατόπιση του μικτού φορέα προκύπτει ίση με  $8.08 \text{ mm}$ , δηλαδή σχεδόν 3 φορές μικρότερη από την αντίστοιχη του πλαισιακού φορέα ( $22.51 \text{ mm}$ ).

### Πλαισιακός φορέας με 15 ορόφους με τριγωνική σεισμική φόρτιση



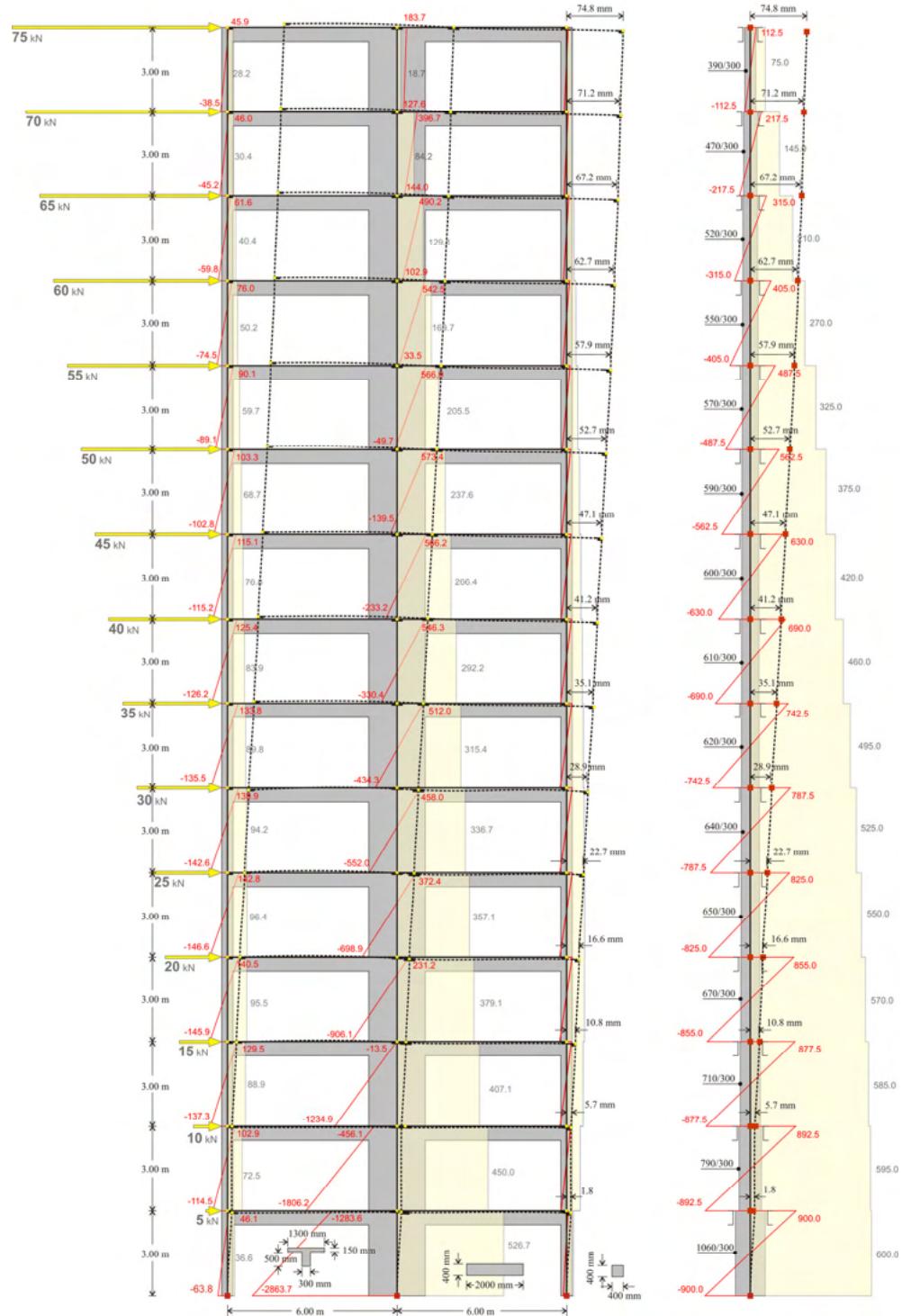
Εικόνα 5.3.3-11: ΠΛΑΙΣΙΑΚΟΣ φορέας  
τριών υποστυλωμάτων διατομής 400/400

Εικόνα 5.3.3-12: Ισοδύναμος φορέας  
μίας αμφίπακτης κολόνας ανά όροφο

#### Παρατήρηση:

Τονίζεται ότι, σε όλα τα ανωτέρω παραδείγματα, ιδιαίτερη αξία έχει η σύγκριση μεταξύ των δύο στατικών συστημάτων και όχι τα απόλυτα μεγέθη, τα οποία άλλωστε προκύπτουν από συγκεκριμένες τιμές σεισμικών δυνάμεων. Οι τιμές αυτές έχουν επιλεγεί αυθαίρετα, πληρούν όμως τον κανόνα της τριγωνικής κατανομής.

### Μικτός φορέας με 15 ορόφους με τριγωνική σεισμική φόρτιση



Εικόνα 5.3.3-13: ΜΙΚΤΟΣ φορέας ενός τοιχίου διατομής 2000/300 και δύο υποστυλωμάτων διατομής 400/400

Παρατίρηση:

Η μέγιστη μετατόπιση του πλαισιακού φορέα προκύπτει ίση με 160 mm, δηλαδή σχεδόν 2 φορές μεγαλύτερη από αυτή του μικτού φορέα (75 mm).

Εικόνα 5.3.3-14: Ισοδύναμος φορέας μίας αμφίπλακτης κολόνας ανά όροφο